高2理系数学総合S　確認テスト　1〜3月期第2講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／ 10

$\boxed{1}$ （(1) 3点　(2) 7点）

箱の中に 9 枚のカード（$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{B}}$，$\boxed{\text{C}}$，$\boxed{\text{C}}$，$\boxed{\text{D}}$）が入っている。カードを 1 枚ずつ取り出して左から順に 4 枚並べる。

(1)　ABCD という語になる確率を求めよ。

(2)　この試行を独立に 1000 回繰り返し，ABCD という語が r 回現れる確率を P_r とする。

このとき，$\dfrac{P_{r+1}}{P_r}=\dfrac{{}^{ア}\boxed{}-r}{{}^{イ}\boxed{}(r+1)}$ $(0\leqq r\leqq 999)$ である。また，P_r が最大となる r の値は $r={}^{ウ}\boxed{}$ である。

高2理系数学総合S　確認テスト　1〜3月 第2講【解答】

$\boxed{1}$ （(1) 3点　(2) 7点）

解答　(1)　$\dfrac{1}{168}$　　(2)　(ア)　1000　　(イ)　167　　(ウ)　5

$\boxed{1}$ （(1) 3点　(2) 7点）

(1)　カードをすべて区別して考える。

並べ方の総数は　　${}_9\mathrm{P}_4$ 通り

ABCD という順になるには，1 枚目に A，2 枚目に B，3 枚目に C，4 枚目に D を選べばよいから，求める確率は

$$\frac{3\cdot3\cdot2\cdot1}{{}_9\mathrm{P}_4}=\frac{3\cdot3\cdot2}{9\cdot8\cdot7\cdot6}=\frac{1}{168}$$

(2)　ABCD という語が 1000 回中 r 回現れる確率 P_r は

$$P_r={}_{1000}\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{168}\right)^r\left(\frac{167}{168}\right)^{1000-r}$$

$$=\frac{1000!}{r!(1000-r)!}\cdot\frac{167^{1000-r}}{168^{1000}}$$

よって，$0\leqq r\leqq999$ のとき

$$\frac{P_{r+1}}{P_r}=\frac{\cancel{1000!}}{(r+1)!(999-r)!}\cdot\frac{167^{999-r}}{\cancel{168^{1000}}}\times\frac{r!(1000-r)!}{\cancel{1000!}}\cdot\frac{\cancel{168^{1000}}}{167^{1000-r}}$$

$$=\frac{\cancel{r!}\times(1000-r)\cdot\cancel{(999-r)!}}{(r+1)\cdot\cancel{r!}\times\cancel{(999-r)!}}\times\frac{\cancel{167^{999-r}}}{167\cdot\cancel{167^{999-r}}}$$

$$=\frac{{}^{ア}1000-r}{{}^{イ}167(r+1)}$$　」3点

ここで，$\dfrac{P_{r+1}}{P_r}>1$ とすると　　$\dfrac{1000-r}{167(r+1)}>1$

すなわち　　$1000-r>167r+167$

ゆえに　　$r<\dfrac{833}{168}=4.9\cdots\cdots$

不等号の向きを変えて $\dfrac{P_{r+1}}{P_r}<1$ とすると　　$r>4.9\cdots\cdots$

よって，$0\leqq r\leqq4$ のとき　　$\dfrac{P_{r+1}}{P_r}>1$ すなわち $P_r<P_{r+1}$

$5\leqq r\leqq999$ のとき　　$\dfrac{P_{r+1}}{P_r}<1$ すなわち $P_r>P_{r+1}$

ゆえに　　$P_0<P_1<\cdots\cdots<P_4<P_5>P_6>\cdots\cdots>P_{1000}$

したがって，P_r が最大となる r の値は　　$r={}^{ウ}5$　　」4点