高２物理総合Ｓ・ＳＡ

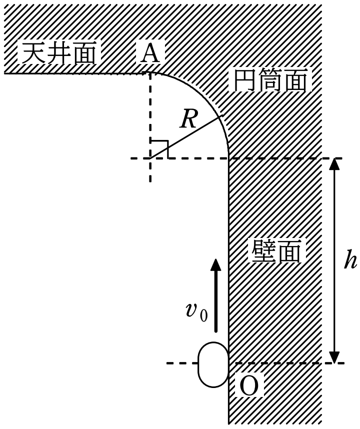
３月度演習

～円運動・単振動・
万有引力・熱力学～

氏名

1 [2016 センター]

図のように，鉛直な壁面，半径 R の円筒面，水平な天井面がなめらかにつながっている。質量 m の小物体を点 O から速さ v_0 で鉛直上方に打ち出したところ，小物体は距離 h だけ壁面にそって運動した後，円筒面にそって運動し，点 A を通過した。ただし，すべての面はなめらかであるものとする。また，重力加速度の大きさを g とする。



(1)　小物体が点 A を通過するときの速さ v_A を表す式として正しいものを，次の ①～⑥ のうちから1つ選べ。$v_A = \boxed{\ 1\ }$

①　$\sqrt{{v_0}^2 - gh}$　　②　$\sqrt{{v_0}^2 - 2gh}$　　③　$\sqrt{{v_0}^2 - gR}$

④　$\sqrt{{v_0}^2 - 2gR}$　　⑤　$\sqrt{{v_0}^2 - g(R+h)}$　　⑥　$\sqrt{{v_0}^2 - 2g(R+h)}$

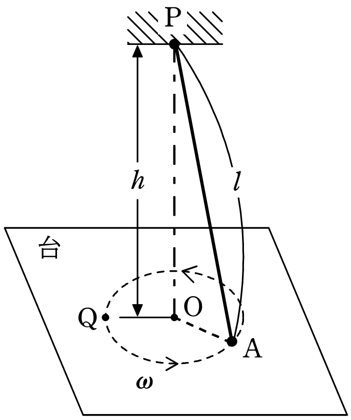
(2)　小物体が点 A を通過するための，v_A の最小値を表す式として正しいものを，次の ①～⑦ のうちから1つ選べ。$\boxed{\ 2\ }$

①　$\sqrt{gh}$　　②　$\sqrt{gR}$　　③　$\sqrt{g(R+h)}$　　④　$\sqrt{2gh}$

⑤　$\sqrt{2gR}$　　⑥　$\sqrt{2g(R+h)}$　　⑦　0

$\boxed{2}$ [1993 センター]

図のように，広い水平な台の上に質量 m の小さい物体 A がある。A には長さ l の軽くて伸び縮みしない糸がつけられている。糸の他端は台から高さ h だけ上の点 P に固定されている。A が台の上で P の真下の位置 O を中心とする角速度 ω の等速円運動をする場合を考える。ただし，重力加速度の大きさを g とし，台と A との間の摩擦および空気の抵抗は無視できるものとする。下の問いの答えを，それぞれの解答群のうちから 1 つずつ選べ。



(1)　A の運動エネルギーはいくらか。$\boxed{\ 1\ }$

① $\frac{1}{2}ml^2\omega^2$　② $\frac{1}{2}ml\omega^2$　③ $\frac{1}{2}m(l^2-h^2)\omega$

④ $\frac{1}{2}m(l-h)\omega^2$　⑤ $\frac{1}{2}m(l^2-h^2)\omega^2$　⑥ $\frac{1}{2}m\sqrt{l^2-h^2}\,\omega$

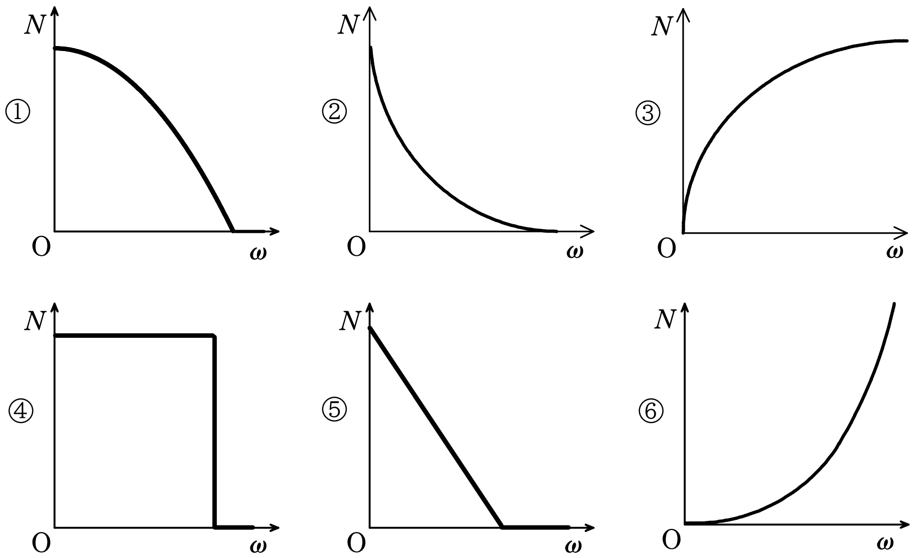
(2)　糸の張力はいくらか。$\boxed{\ 2\ }$

① $ml\omega$　② $ml\omega^2$　③ $ml^2\omega^2$

④ $mh\omega^2$　⑤ $mh^2\omega$　⑥ $m\sqrt{l^2-h^2}\,\omega^2$

(3)　A が台から受ける抗力 N と角速度 $\boldsymbol{\omega}$ の関係を表す図として正しいものはどれか。

$\boxed{\quad 3 \quad}$



(4)　角速度 $\boldsymbol{\omega}$ がある値より大きくなると，A は台から離れる。その値はいくらか。

$\boxed{\quad 4 \quad}$

①　$\dfrac{g}{h}$　　②　$\sqrt{\dfrac{g}{h}}$　　③　$\dfrac{h}{g}$　　④　$\sqrt{\dfrac{h}{g}}$

⑤　$\dfrac{l}{g}$　　⑥　$\sqrt{\dfrac{l}{g}}$　　⑦　$\dfrac{g}{l}$　　⑧　$\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

(5)　A が台から離れないで運動しているとき，A が図の点 Q にきた瞬間に糸を切ったとすれば，A はその後どのような運動をするか。$\boxed{\quad 5 \quad}$

①　$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}$ の向きに進んでいく。

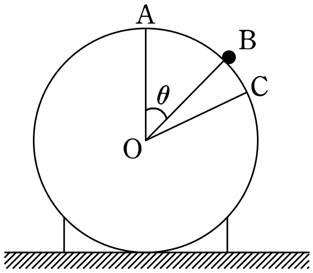
②　Q における円の接線に沿って進んでいく。

③　O のまわりを回りながら，O から遠ざかっていく。

④　O のまわりを回りながら，O に近づいていく。

$\boxed{3}$ [2004 福岡大]

図のように，なめらかな表面をもつ半径 r の円筒が，水平な床に接して固定されている。質量 m の小物体が，最高点 A から静かにすべりだし，点 B を通過して，点 C で円筒表面から離れ，放物線を描きながら床に落ちた。円筒の中心を点 O，$\angle\mathrm{AOB}=\theta$ とし，重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えよ。



(1)　小物体が点 B を通過するときの速さを v とするとき，小物体に作用する抗力の大きさを，m，v，r，g，θ を用いて表せ。

(2)　小物体がすべり落ちる過程で，抗力は小物体に仕事をしない。その理由を 30 字以内で述べよ。

(3)　速さ v を，r，θ，g を用いて表せ。

(4)　点 C における抗力の大きさはいくらか。

(5)　$\angle\mathrm{AOC}=\theta_0$ とすると，$\cos\theta_0$ の値はいくらか。

(6)　点 C での小物体の速さを，r と g を用いて表せ。

(7)　床に衝突する直前の小物体の速さを，r と g を用いて表せ。

(8)　小物体を点 A から，円筒軸に垂直でかつ水平に，初速を与えて打ちだすとき，円筒面上をすべらず，ただちに円筒から離れて放物運動するようになる初速の最小値はいくらか。r と g を用いて表せ。

$\boxed{4}$［2016 千葉大］

　図1のような途中がループしているレールがある。レールの太さは無視できるものとし，ループBCDEは鉛直面をなす半径 r の円軌道になっている。点Aから初速0で出発した質量 m の小球Pの運動を考える。点Aの水平面GBからの高さを h として，次の(1)～(9)に答えよ。ただし，重力加速度の大きさを g とし，摩擦や空気の抵抗は無視できるものとする。

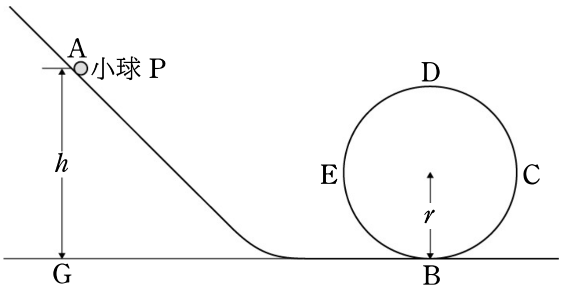


図1

(1)　最初に点Bを通過するときの小球Pの速さ v_B を g，h を用いて表せ。

　その後，小球Pはレールにそって点C，D，Eを通過して運動し，再び，点Bに到達した。次の(2)～(4)について，m，g，h，r のうち必要な記号を用いて答えよ。

(2)　ループの最高点Dにおける小球Pの速さ v_D を求めよ。

(3)　点Dにおいて，小球Pがレールから受ける垂直抗力の大きさ N_D を求めよ。

(4)　小球Pがレールから離れずにループを1周するための h の最小値 h_1 を求めよ。

　次に $h < h_1$ の場合の小球Pの運動を考える。そのとき，図2のように小球Pは点Fにおいて，レールから離れ，放物運動を行ったとする。そのとき，FOCのなす角を θ とする $(0° < \theta < 90°)$。小球Pがレールから離れた後はレールとは衝突せず，そのまま放物運動を続けるものとする。次の(5)～(7)について，g，r，θ のうち必要な記号を用いて答えよ。

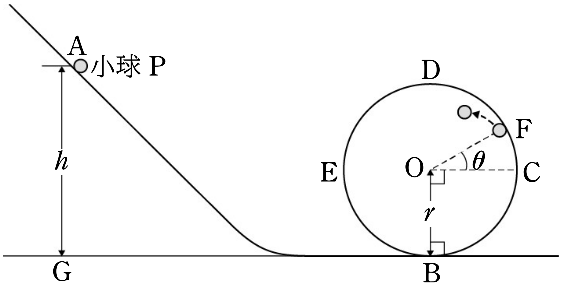


図2

(5)　小球Pが点Cに到達するための h の最小値 h_2 を求めよ。

(6)　レールから離れる点Fにおける小球Pの速さ v_F を求めよ。

(7)　このとき，点Aの高さは $h = h_F$ であった。高さ h_F を求めよ。ただし，

　$h_1 > h_F > h_2$ である。

　図2において，$\theta = 30°$ であった。小球Pが点Fを離れた瞬間を時刻 $t = 0$ とし，その後の時刻 t における小球Pの運動について考える。次の(8)～(9)について，g，r，t のうち必要な記号を用いて答えよ。

(8)　図3のように点Bを原点とし，水平方向を x 軸(図3の右向きを

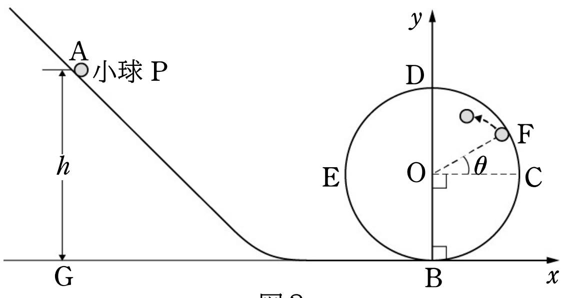


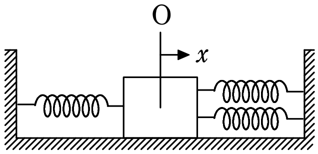
図3

正とする)，鉛直方向を y 軸(図3の上向きを正とする)とする。小球Pが点Fを離れた後の時刻 t における小球Pの x 座標と y 座標を求めよ。

(9)　$t=T$ において $x=0$ となった。このときの時刻 T と小球Pの y 座標を求めよ。

□1 [1993 東京都市大]

質量 m の物体をなめらかな水平台の上に置き，図のように物体の両側を，2本のばねで右側の壁に，1本のばねで左側の壁に，それぞれ固定した。これら3本のばねは同等でばね定数は k である。物体が静止しているとき3本のばねの長さは自然の長さとする。



(1)　物体を図のように静止位置Oから水平に変位させてはなすと単振動する。変位が x のときの物体の加速度を a とし，物体の運動方程式を記せ。

(2)　単振動の周期 T を求めよ。

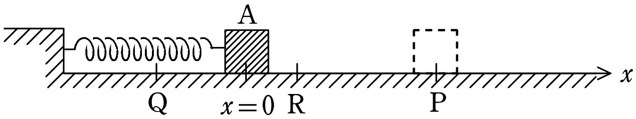
(3)　単振動の振幅を R として，物体の変位 x，速度 v および加速度 a を時間 t の関数として表せ。ただし，$t=0$ のとき $x=R$ の点ではなしたとする。

(4)　この物体の運動エネルギーと位置エネルギーの和 E を k と R を用いて表せ。

2 ［2003 北海道大］

次の文章を読み，(1)～(3) の □ の中に適切な数式を入れよ。ただし，(4) はグラフで答えよ。

図に示すように，水平な床面上に質量 m〔kg〕の物体 A を置き，つるまきばねを取りつける。ばねが床面と水平となるように，ばねの他端を壁に固定する。物体 A は図の x 軸上を運動し，その位置を座標 x〔m〕で表す。ばねが自然の長さのとき物体A の位置を原点 $x=0$ にとり，ばね定数を k〔N/m〕とする。物体 A と床面との間の動摩擦係数を μ' とする。また，重力加速度の大きさは g〔m/s^2〕とし，ばねの質量は無視できるものとする。



物体 A を点 P ($x=5l$) まで引っ張り，時刻 $t=0$ で静かに手をはなした。このとき，物体 A は x 軸の負の向きに動き始め，点 Q ($x=-3l$) で運動の向きを反転し，再び x 軸の正の向きに運動した。その後，物体 A は時刻 $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$〔s〕で 点 R ($x=l$) に停止した。なお，次の問いでは l を用いて答えてもよい。

(1)　物体 A が P から Q まで移動するとき，ばねに蓄えられたエネルギー (弾性エネルギー) の変化は $\boxed{\text{ア}}$〔J〕と表される。また，この間に動摩擦力がした仕事は $\boxed{\text{イ}}$〔J〕である。両者の仕事は相等しいので，動摩擦係数 μ' は $\boxed{\text{ウ}}$ と求められる。

(2)　時刻 $t=0$ で手を離れた物体 A はしだいに速さを増し，最大の速さになったのち，徐々に減速して 点 Q で 0 となった。この間，座標 x で物体 A が受ける力は右向きを正として $\boxed{\text{エ}}$〔N〕と表される。したがって，物体 A の運動は $x=\boxed{\text{オ}}$〔m〕を中心とする単振動の動きに等しいことがわかる。よって，この中心で物体 A の速さは最大となり，その値は $\boxed{\text{カ}}$〔m/s〕となる。また，物体 A が点 Q で反転する時刻は $\boxed{\text{キ}}$〔s〕である。

(3)　次に物体 A が Q から R まで移動するとき，座標 x で物体 A に作用する力は右向きを正として $\boxed{\text{ク}}$〔N〕と表され，この区間の振動の中心は $x=\boxed{\text{ケ}}$〔m〕である。

(4)　物体 A の座標 x と時間 t との関係をグラフに示せ。

1 [2009 神戸大]

質量 m および $2m$ の2つのおもりが図1のように糸でつながれ，ばね定数 k のばねにつるされて，つりあいの位置で静止している。図2のように2つのおもりを鉛直下向きに d だけ引き下げたあと，時刻 $t=0$ で静かにはなし，糸がたるまないように鉛直方向に単振動させた。重力加速度の大きさを g とし，おもりは鉛直方向にのみ運動する。ばねと糸の質量，糸の伸び，空気抵抗は無視してよい。

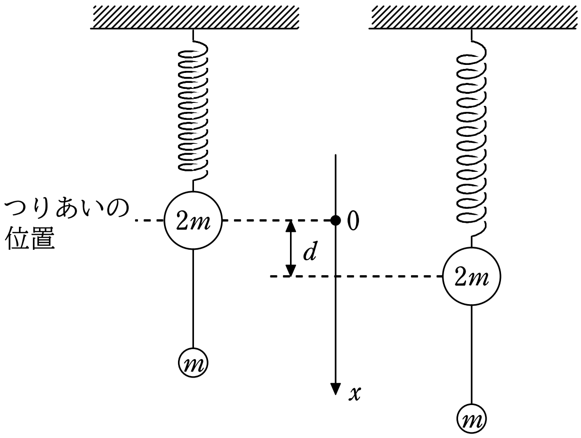


図1　　図2

(1)　単振動の周期とおもりの速さの最大値を求めよ。

(2)　変位 x をつりあいの位置から図のようにはかるものとする。x の時間変化を式で表せ。

(3)　変位が x のときの糸の張力の大きさを求めよ。

(4)　d を大きくしすぎると糸がたるむようになる。糸がたるむことなく2つのおもりが単振動できる d の最大値を求めよ。

2 ［1999 広島大］

図1のような十分大きなプールでの，長さ l，質量 m，断面積 S の円柱状の浮きの運動を考えよう。浮きの水中部分の長さを x とおく。浮きと空気ならびに水との摩擦は無視できるものとし，浮きは水中と空気中をなめらかに，横揺れすることなく鉛直方向のみに運動するものとする。水の密度を ρ，重力加速度の大きさを g として以下の問いに答えよ。

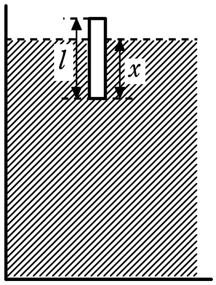


図1

(1)　浮きが静止しているときの x の値を x_0 として，浮きにはたらく力のつりあいの式を書け。

(2)　浮き全体が沈まないためには，浮きの質量 m はある値 m_1 より小さくなくてはならない。m_1 を求めよ。

(3)　浮きを静止状態から下方にわずかに引っ張り静かにはなしたところ，浮きは浮いた状態 $(0<x<l)$ で周期運動を始めた。その周期を求めよ。

次に，図2のように浮きをその上面が水面と等しくなるように下方に引っ張り静かにはなした。なお，浮きの質量は $m<m_1$ であるとする。

(4)　浮き全体が水中から飛び出さないためには，浮きの質量 m はある値 m_2 より大きくなくてはならない。m_2 を求めよ。

さらに，図3のように浮きをその上面が水面下 l になるように沈め，静かにはなした。ここでも浮きの質量は $m<m_1$ であるとする。

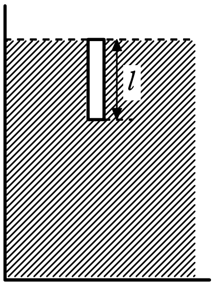


図2

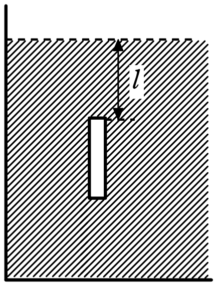


図3

(5)　浮き全体が水中にある間，浮きはどのような運動をするか。その名称を記せ。

(6)　浮きの上面が水面に達したときの浮きの速さを求めよ。

(7)　浮き全体が水中から飛び出さないためには，浮きの質量 m はある値 m_2' より大きくなくてはならない。 m_2' を求めよ。

$\boxed{3}$［2016 九州工業大］

〔A〕 天井に固定した長さ L の軽い糸に，質量 m の小球がつけてある。糸がたるまないように小球を持ち上げ，そっとはなしたところ，図1のように，小球は円弧を描きながら鉛直面内で振動を始めた。糸と鉛直線とのなす角を θ（ただし図1に示す鉛直線に対して右側を正とする)，重力加速度は鉛直下向きで大きさを g，円周率を π とする。次の問いに答えよ。

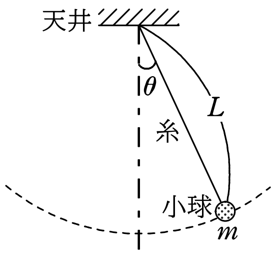


図1

(1) 円弧にそった向きの小球の加速度を a としたとき，円弧にそった向きの小球の運動方程式を m，a，g，θ を用いて表せ。ただし，a は図1で θ の増える向きを正とし，小球が鉛直線の右側にあるとして考えよ。

(2) 振動の振幅がきわめて小さいとき，振動は単振動とみなせる。このときの振動の周期 T を L と g を用いて表せ。

〔B〕　天井に固定した長さ L の軽い糸に，質量 m の小球がつけてある。小球を水平面内で反時計回りに等速円運動させたとき，図2のように，糸と鉛直線とのなす角が θ_0 となった。重力加速度は鉛直下向きで大きさを g，円周率を π とする。次の問いに答えよ。

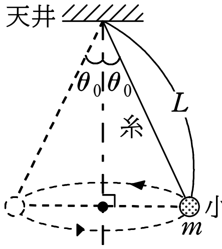


図2

(3)　小球の等速円運動の周期 T_0 を L，g，θ_0 を用いて表せ。

次に糸を，ばね定数が k，自然の長さが L の軽いばねに取りかえた。小球を水平面内で反時計回りに等速円運動させたとき，ばねが ΔL 伸びて鉛直線とのなす角が θ_1 となり，角速度の大きさ ω が(3)と同じとなった。ばねの伸び ΔL を求めたい。

(4)　小球にはたらくばねの弾性力の大きさ S を k と ΔL を用いて表せ。

(5)　小球にはたらくばねの弾性力と遠心力の水平方向のつりあいの式を S，θ_1，m，L，ΔL，ω を用いて表せ。

(6)　(4)，(5)の結果を用いて，ばねの伸び ΔL を，m，g，k，L，θ_0 を用いて表せ。

〔C〕　鉛直方向に移動することのできるエレベーターが，下向きの一定加速度 (大きさ A) で動いている。このエレベーターの天井に固定した長さ L の軽い糸に，質量 m の小球がつけてある。小球を水平面内で反時計回りに等速円運動させたとき，図 3 のように，糸と鉛直線とのなす角が θ_2，小球と床との距離が H となった。小球はしばらく等速円運動した後，糸から離れた。円周率を π とし，A は重力加速度の大きさ g よりも小さいとする。次の問いに答えよ。

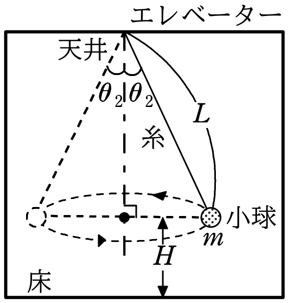


図3

(7)　小球の等速円運動の周期 T_1 を L，g，A，θ_2 を用いて表せ。

小球は糸を離れてから水平方向に射出されたのち，床に落下した。

(8)　糸を離れた瞬間の小球の水平方向の速さを L，g，A，θ_2 を用いて表せ。

(9)　糸を離れてから床に落下するまでの時間を H，g，A を用いて表せ。

(10)　糸を離れてから床に落下するまでの水平方向に移動した距離を H，L，θ_2 を用いて表せ。