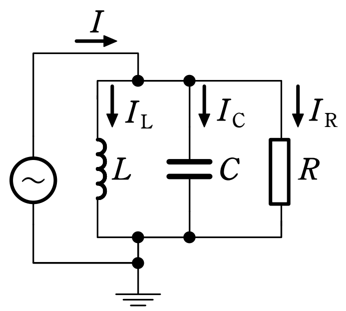
高2物理総合S･SA　確認テスト　第3講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿　得点　/10(8割合格)

---

1 1問1点



　図のような，交流電源，コイル，コンデンサー，抵抗からなる回路について考える。交流電源の交流電圧の最大値を V_0〔V〕，角周波数を ω〔rad/s〕，コンデンサーの電気容量を C〔F〕，コイルの自己インダクタンスを L〔H〕，抵抗を R〔Ω〕，円周率を π とする。電流は図の矢印の向きを正とする。また時刻 t〔s〕において交流電源の電圧 V〔V〕は $V=V_0\sin\omega t$，交流電源から流れる電流は I〔A〕であるとする。コイル，コンデンサー，抵抗に流れる電流をそれぞれ I_{L}〔A〕，I_{C}〔A〕，I_{R}〔A〕とし，その最大値をそれぞれ I_{L0}〔A〕，I_{C0}〔A〕，I_{R0}〔A〕とする。十分な時間が経過しているとして，次の問いに答えよ。

(1)　電流の最大値 I_{L0}，I_{C0}，I_{R0} をそれぞれ V_0，ω，C，L，R の中から必要なものを用いて表せ。

(2)　時刻 t において，流れる電流 I_{L}，I_{C}，I_{R} をそれぞれ I_{L0}，I_{C0}，I_{R0}，ω，t の中から必要なものを用いて表せ。

(3)　電流 I を I_{L}，I_{C}，I_{R} を用いて表せ。

(4)　θ〔rad〕を電圧 V の位相に対する電流 I の位相の遅れとして，I を V_0，ω，C，L，R，t，θ を用いて表せ。また，$\tan\theta$ を ω，C，L，R を用いて表せ。次の三角関数の公式を用いてもよい。

$$a\sin x-b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x-\theta),\quad \cos\theta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},\quad \sin\theta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(5)　図の回路のうち，コイル，コンデンサー，抵抗からなる並列回路のインピーダンス Z〔Ω〕を ω，C，L，R を用いて表せ。

(6)　(5)のインピーダンス Z が最大となるような角周波数 ω_0〔rad/s〕を求めよ。

高2物理総合S･SA　確認テスト　第3講

$\boxed{1}$ 1問1点

(1)　コイルのリアクタンスは ωL と表せるので　$I_{L0}=\dfrac{V_0}{\omega L}$〔A〕

コンデンサーのリアクタンスは $\dfrac{1}{\omega C}$ と表せるので

$$I_{C0}=\frac{V_0}{1/\omega C}=\omega CV_0 \text{〔A〕}$$

抵抗値 R より　$I_{R0}=\dfrac{V_0}{R}$〔A〕

(2)　コイルを流れる電流の位相は，電圧に対して $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れるので

$$I_L=I_{L0}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=-I_{L0}\cos\omega t \text{〔A〕}$$

コンデンサーを流れる電流の位相は，電圧に対して $\dfrac{\pi}{2}$ 進むので

$$I_C=I_{C0}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=I_{C0}\cos\omega t \text{〔A〕}$$

抵抗を流れる電流の位相は，電圧に等しいので　$I_R=I_{R0}\sin\omega t$〔A〕

(3)　キルヒホッフの法則Ⅰより　$I=I_L+I_C+I_R$〔A〕

(4)　(1)～(3)の結果より

$$I=-\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t+\omega CV_0\cos\omega t+\frac{V_0}{R}\sin\omega t$$

$$=\frac{V_0}{R}\sin\omega t-V_0\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)\cos\omega t \qquad \cdots\cdots ①$$

よって，問題文の公式において

$$a=\frac{V_0}{R},\ b=V_0\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)$$

ゆえに　$\tan\theta=\dfrac{b}{a}=R\left(\dfrac{1}{\omega L}-\omega C\right)$ ※A←

また，①式より　$I=V_0\sqrt{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\dfrac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}\sin(\omega t-\theta)$〔A〕※A←　　$\cdots\cdots$ ②

(5)　②式より電流 I の最大値は $I_0=V_0\sqrt{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\dfrac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}$ である。

$I_0=\dfrac{V_0}{Z}$ なので　$Z=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\dfrac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}}$〔Ω〕

(6)　(5)の結果より，Z が最大となるのは　$\dfrac{1}{\omega_0 L}-\omega_0 C=0$　となるときなので ※B←

$$\frac{1}{\omega_0 L}=\omega_0 C \qquad \text{よって} \qquad {\omega_0}^2=\frac{1}{LC}$$

ゆえに　$\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ 〔rad/s〕※C←

←※A　並列接続では電圧が共通なので，電圧の位相を基準にして電流の位相と最大値を図示すると，図 a のようになる。

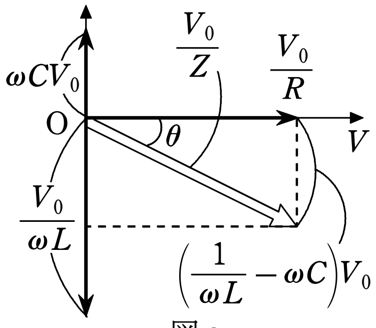


図 a

←※B　Z が最大となるには，分母が最小になればよい。$\left(\dfrac{1}{R}\right)^2$ の項は ω によって変化しないので，$\left(\dfrac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2$ の項が最小，すなわち 0 になればよい。

←※C　このとき　$f_0 = \dfrac{\omega_0}{2\pi} = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ を共振周波数とよぶ。