

1

次の定積分を求めよ。

(1) $I = \int_0^1 x^2 \sqrt{1-x^2} dx$

(2) $J = \int_0^1 x^3 \log(x^2+1) dx$

2

曲線 $y = \frac{1}{2}(x^2+1)$ 上の点 P における接線は x 軸と交わるとし、その交点を Q とおく。線分 PQ の長さを L とするとき、 L がとりうる値の最小値を求めよ。

3

曲線 $y = \log(1 + \cos x)$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分の長さを求めよ。

4

 a, b を $ab < 1$ を満たす正の実数とする。 xy 平面上の点 P(a, b) から、曲線 $y = \frac{1}{x}$ $(x > 0)$ に 2 本の接線を引き、その接点を Q($s, \frac{1}{s}$), R($t, \frac{1}{t}$) とする。ただし、 $s < t$ と

する。

(1) s および t を a, b を用いて表せ。(2) 点 P(a, b) が曲線 $y = \frac{9}{4} - 3x^2$ 上の $x > 0, y > 0$ を満たす部分を動くとき、 $\frac{t}{s}$ の最小値とそのときの a, b の値を求めよ。

5

無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos \frac{n\pi}{6}$ の和を求めよ。