# 第４章　合同と証明　要綱

**1　三角形の合同条件**

**合同な図形**

2つの合同な図形は，その一方を移動して，他方にぴったりと重ねることができる。
このとき，重なり合う頂点，辺，角を，それぞれ **対応する頂点**，**対応する辺**，**対応する角** という。

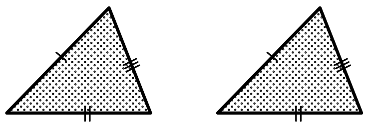
**合同な図形の性質**

合同な図形では対応する辺の長さは等しく，対応する角の大きさは等しい。

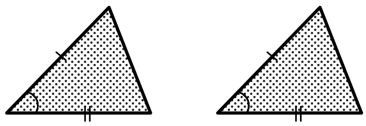
**三角形の合同条件**

2つの三角形は，次のどれかが成り立つとき合同である。

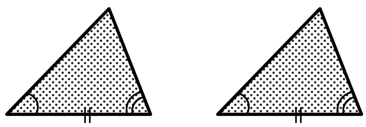
[1]　**3組の辺**
がそれぞれ等しい。



[2]　**2組の辺とその間の角**
がそれぞれ等しい。



[3]　**1組の辺とその両端の角**
がそれぞれ等しい。



2つの図形が合同であることを記号 ≡ を使って表す。
記号 ≡ を用いるときは，対応する頂点を周にそって順に並べて書く。

**2　証明のすすめ方**

**仮定と結論**

**○○○**　ならば　**□□□**　の，**○○○** にあたる部分を **仮定** (**かてい**) といい，
**□□□** にあたる部分を **結論** (**けつろん**) という。
証明の問題では，仮定，結論を省略することがある。

**証明のすすめ方**

証明をするには，仮定から出発して結論を導けばよいが，問題が少し複雑になると，その道筋が簡単に見つかるとは限らない。このような場合は，結論から逆に出発して，結論がいえるためには何がわかるとよいかを考え，証明の方針を立てるとよい。

**定義と定理**

ことばの意味をはっきりと述べたものを，そのことばの **定義** (**ていぎ**) という。
証明された事柄のうち，重要なものを **定理** (**ていり**) という。

### 3　二等辺三角形

**頂角と底角**

二等辺三角形の等しい辺にはさまれた角を **頂角** (**ちょうかく**) といい，頂角に対する辺を **底辺** (**ていへん**) という。また，底辺の両端の角を **底角** (**ていかく**) という。

**定義**　2 辺が等しい三角形を二等辺三角形という。

**定理**　[1]　二等辺三角形の 2 つの底角は等しい。

[2]　二等辺三角形の頂角の二等分線は，底辺を垂直に 2 等分する。

**正三角形**

**定義**　3 辺が等しい三角形を正三角形という。

**定理**　正三角形の 3 つの角は等しく，すべて 60° である。

正三角形は二等辺三角形の特別な場合であるから，二等辺三角形の性質をすべてもっている。

**逆**

ある事柄の仮定と結論を入れ替えたものを，もとの事柄の **逆** (**ぎゃく**) という。

もとの事柄が正しくても，その逆が正しいとは限らない。

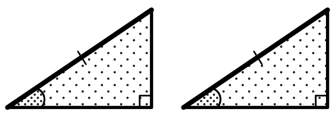
### 4　直角三角形の合同

直角三角形の直角に対する辺を **斜辺** (**しゃへん**) という。

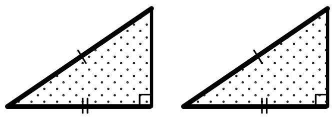
**直角三角形の合同条件**

2 つの直角三角形は，次のどちらかが成り立つとき合同である。

[1]　直角三角形の **斜辺と 1 つの鋭角** がそれぞれ等しい。



[2]　直角三角形の **斜辺と他の 1 辺** がそれぞれ等しい。



### 5　平行四辺形

**対辺と対角**

四角形の向かい合う辺を **対辺** (**たいへん**) といい，向かい合う角を **対角** (**たいかく**) という。

**定義**　2 組の向かい合う辺が，それぞれ平行である四角形を平行四辺形という。

**定理**　[1]　平行四辺形の 2 組の対辺はそれぞれ等しい。

[2]　平行四辺形の 2 組の対角はそれぞれ等しい。

[3]　平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。

**平行四辺形になるための条件**

四角形は，次のどれかが成り立つとき平行四辺形である。

[1]　2 組の対辺がそれぞれ等しい。　　[2]　2 組の対角がそれぞれ等しい。

[3]　対角線がそれぞれの中点で交わる。　[4]　1 組の対辺が平行でその長さが等しい。

6　**いろいろな四角形**

**長方形**

　**定義**　4つの角が等しい四角形を長方形という。

　**定理**　長方形の対角線の長さは等しい。

**ひし形**

　**定義**　4つの辺が等しい四角形をひし形という。

　**定理**　ひし形の対角線は垂直に交わる。

**正方形**

　**定義**　4つの角が等しく，4つの辺が等しい四角形を正方形という。

　**定理**　正方形の対角線は長さが等しく垂直に交わる。

　長方形，ひし形，正方形は，平行四辺形の性質をすべてもっている。

# 第４章　合同と証明　例題

## 1 ★

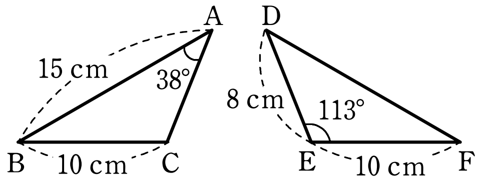
右の図の２つの三角形は合同である。

(1)　２つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。

(2)　次の辺の長さや角の大きさを求めなさい。

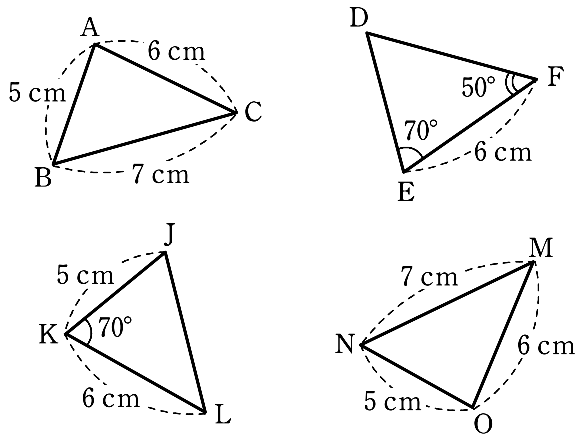
①　辺 AC　　　②　辺 DF

③　∠C　　　④　∠F




## 2 ★

次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号 ≡ を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件をいいなさい。




## 3 ★★

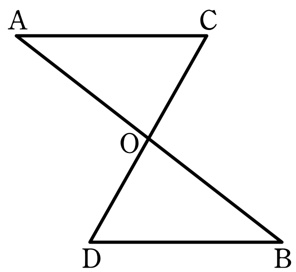
右の図のように，２つの線分 AB，CD が点 O で交わっており，

AO＝BO，CO＝DO

である。

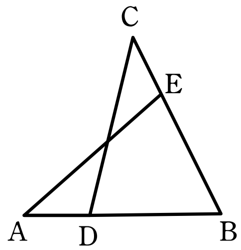
このとき，図の２つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を使って表しなさい。

また，そのとき使った合同条件をいいなさい。



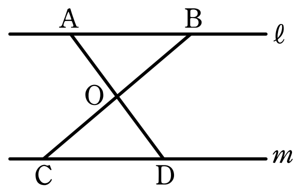
4

右の図において，点 D，E はそれぞれ線分 AB，CB 上の点で，AB＝CB，∠A＝∠C である。このとき，△ABE≡△CBD であることを証明しなさい。



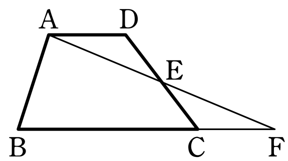

5 ★

右の図のように平行な 2 直線 $\ell$ ，$m$ があり，$\ell$ 上に 2 点 A，B が，$m$ 上に 2 点 C，D がある。このとき，AD と BC の交点を O とすると，AO＝DO ならば BO＝CO であることを証明しなさい。



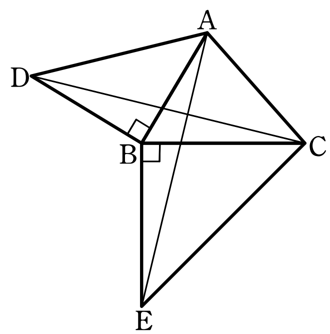

6 ★★

右の図の四角形 ABCD において，辺 CD の中点を E とし，直線 AE と辺 BC の延長との交点を F とする。このとき，AE＝FE ならば AD∥BC であることを証明しなさい。



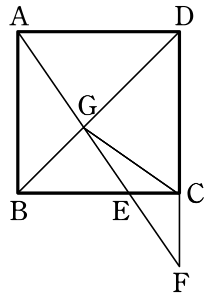

7 ★★

右の図のように，△ABC の辺 AB，BC をそれぞれ 1 辺とする直角二等辺三角形 ABD，BCE を，△ABC の外側につくる。
このとき，AE＝DC であることを証明しなさい。



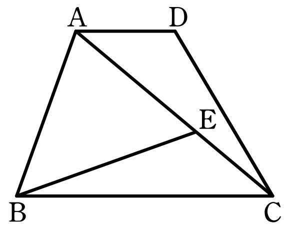
$\boxed{8}$★

右の図のように，正方形 ABCD の辺 BC 上に点 E をとり，2 点 A，E を通る直線と辺 DC の延長との交点を F とする。AE と BD の交点を G とするとき，∠BCG＝∠CFG であることを証明しなさい。



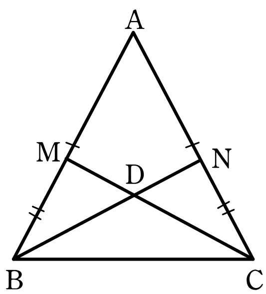

$\boxed{9}$★★

右の図は，AD∥BC の台形 ABCD で，∠CAB＝∠CBA である。対角線 AC 上に AD＝CE となるように点 E をとるとき，CD＝BE となることを証明しなさい。



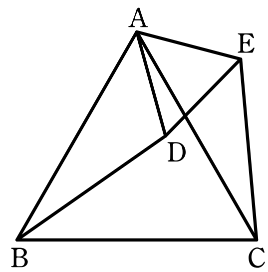

$\boxed{10}$★★

右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形です。辺 AB，AC 上に，BM＝CN となるようにそれぞれ点 M，N をとり，MC と NB の交点を D とする。このとき，△DBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。




$\boxed{11}$★★

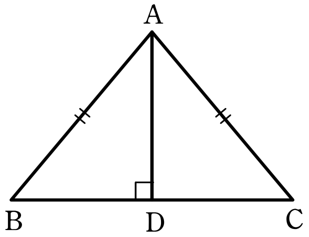
右の図において，△ABC と △ADE は正三角形である。このとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



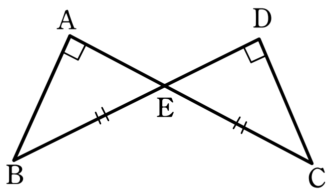
$\boxed{12}$★

次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号 ≡ を使って表しなさい。また，そのときに使った直角三角形の合同条件をいいなさい。ただし，それぞれの図で，同じ記号がついた辺は等しいものとします。

(1)



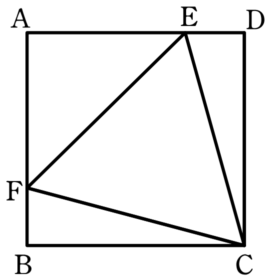

(2)




E は AC と BD の交点

$\boxed{13}$★

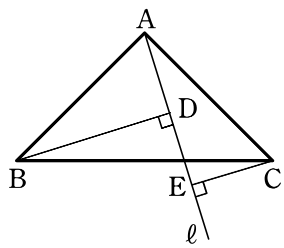
右の図のように，正方形 ABCD の辺 AD，AB 上にそれぞれ点 E，F をとると，△CEF が正三角形となった。このとき，∠ECD＝∠FCB であることを証明しなさい。




$\boxed{14}$★★★

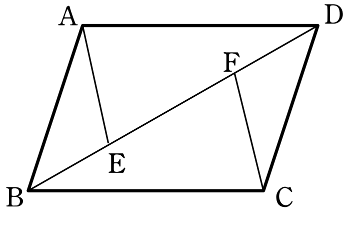
右の図の △ABC は，∠A＝90° の直角二等辺三角形である。頂点 A を通り，辺 BC に交わる直線 $\ell$ に，頂点 B，C から垂線を引き，$\ell$ との交点をそれぞれ D，E とする。このとき，次のことを証明しなさい。

(1)　△ABD≡△CAE　　(2)　BD－CE＝DE




$\boxed{15}$★

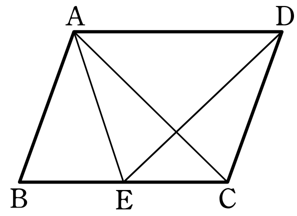
右の図のように，▱ABCD の対角線 BD 上に BE＝DF となるような，2 点 E，F をとる。このとき， AE＝CF であることを証明しなさい。



$\boxed{16}$★★

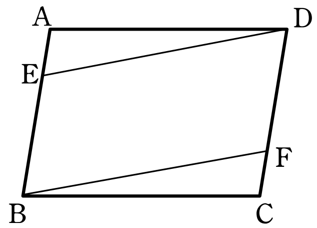
右の図のように，▱ABCD において，辺 BC 上に AB＝AE となる点 E をとる。
このとき，次のことを証明しなさい。

△ABC≡△EAD




$\boxed{17}$★★

平行四辺形 ABCD の辺 AB，DC 上に，AE＝FC となる点 E，F をそれぞれとる。このとき，四角形 BFDE が平行四辺形になることを証明しなさい。




$\boxed{18}$★

次の (1)～(5) の性質をもつ四角形を，

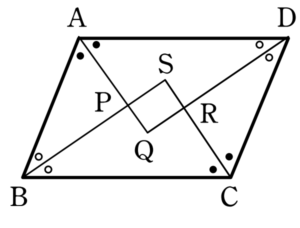
長方形，正方形，ひし形

の中からすべて選びなさい。

(1)　4 つの角が等しく，4 つの辺が等しい
(2)　2 組の対角がそれぞれ等しい
(3)　対角線の長さが等しい
(4)　対角線の長さが等しく，垂直に交わる
(5)　対角線がそれぞれの中点で交わる

$\boxed{19}$★★★

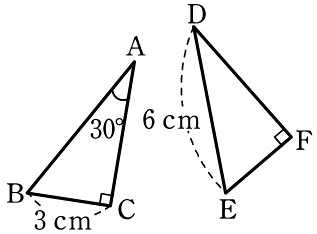
右の図において，AQ，BS，CS，DQ は平行四辺形 ABCD の 4 つの角の二等分線である。
このとき，四角形 PQRS は長方形であることを証明しなさい。



# 第４章　合同と証明　例題演習

1

右の図の２つの直角三角形は合同である。次の問いに答えなさい。

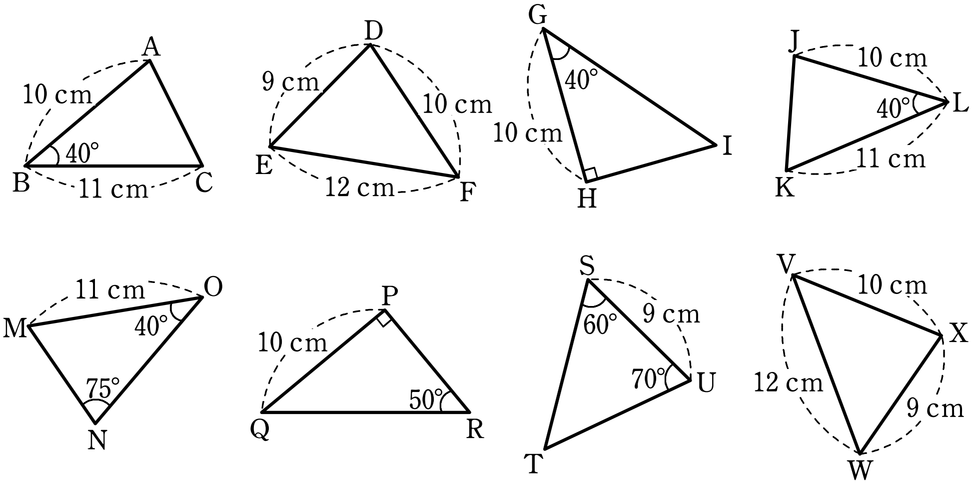



(1)　２つの三角形が合同であることを，記号 ≡ を用いて表しなさい。

(2)　辺 AB の長さと ∠EDF の大きさ，∠DEF の大きさを求めなさい。

2

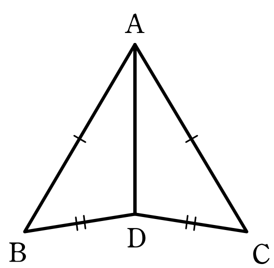
次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号 ≡ を使って表しなさい。また，そのとき使った合同条件をいいなさい。



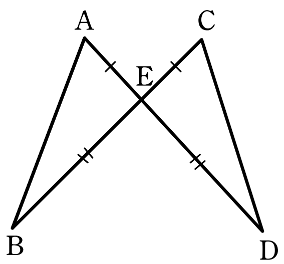

3

次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号 ≡ を使って表しなさい。また，そのときに使った合同条件をいいなさい。ただし，それぞれの図で，同じ記号がついた辺や角は等しいものとします。

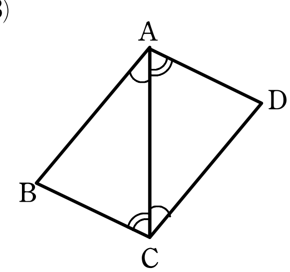
(1)




(2)

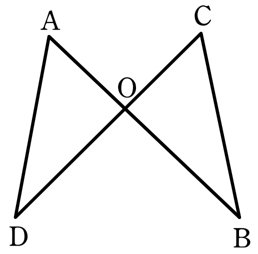



(3)



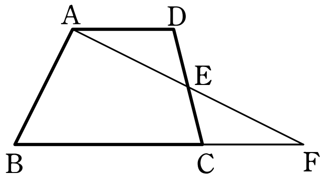
4

右の図において，AO＝CO，DO＝BO ならば
△ADO≡△CBO であることを証明しなさい。



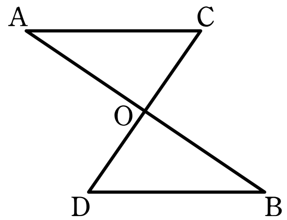

5

右の図の AD∥BC である台形 ABCD で，辺 DC の中点を E とし，線分 AE の延長と辺 BC の延長との交点を F とする。
このとき，AE＝FE であることを証明しなさい。



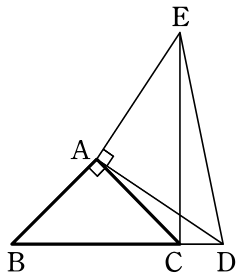

6

右の図のように，2 つの線分 AB，CD が点 O で交わっている。このとき，AO＝BO，CO＝DO ならば，AC∥DB であることを証明しなさい。



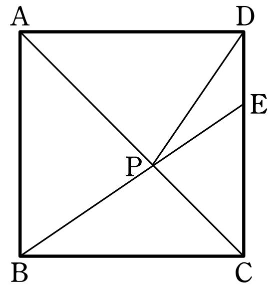

7

右の図のように，AB＝AC の直角二等辺三角形 ABC の辺 BC の延長上に点 D をとり，AD＝AE の直角二等辺三角形 ADE をつくる。
このとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



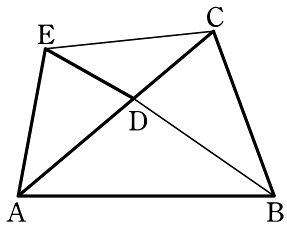
$\boxed{8}$

右の図のように，正方形 ABCD があり，辺 CD 上の点を E，線分 BE と対角線 AC との交点を P とする。
このとき，∠CEB＝∠PDA であることを証明しなさい。



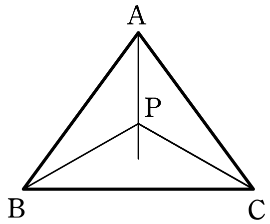

$\boxed{9}$

右の図において，△ABC と △ADE は，頂角の大きさが等しい二等辺三角形であり，BC，DE はそれぞれの底辺である。また，点 D は辺 AC 上にある。
このとき，BD＝CE であることを証明しなさい。



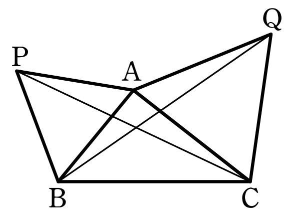

$\boxed{10}$

AB＝AC である二等辺三角形 ABC において，∠A の二等分線上の１点を P とする。
このとき，△PBC は二等辺三角形であることを証明しなさい。



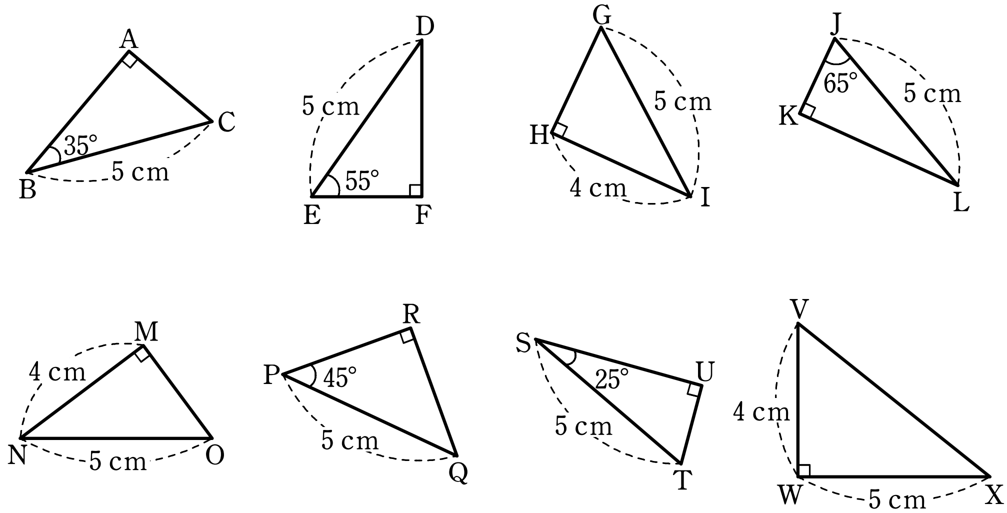

$\boxed{11}$

△ABC の辺 AB，AC を１辺とする正三角形 ABP，ACQ を，右の図のようにつくる。
このとき，PC＝BQ であることを証明しなさい。



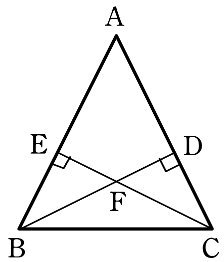
12

次の図において，合同な直角三角形を見つけ出し，記号 ≡ を用いて表しなさい。また，そのときに使った合同条件をいいなさい。




13

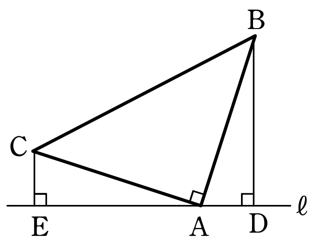
AB＝ACの二等辺三角形 ABC がある。
頂点 B，C から，それぞれ辺 AC，AB に垂線 BD，CE を引き，BD と CE の交点を F とする。
このとき，DC＝EB であることを証明しなさい。




14

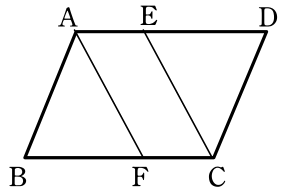
AB＝AC，∠BAC＝90° の直角二等辺三角形 ABC がある。右の図のように，頂点 A を通る直線 $\ell$ を引き，2 点 B，C から直線 $\ell$ に引いた垂線の足を，それぞれ D，E とする。
このとき，次のことを証明しなさい。

(1)　△ABD≡△CAE　　　　(2)　BD＋CE＝DE



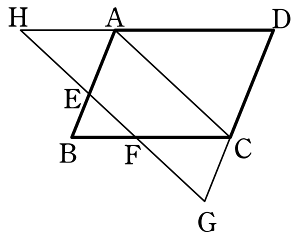
15

▱ABCD の辺 AD，BC 上にそれぞれ点 E，F を AE＝CF となるようにとり，A と F，C と E を線分で結ぶ。このとき，△ABF≡△CDE であることを証明しなさい。



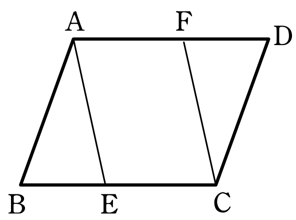

16

右の図のように，▱ABCD の対角線 AC に平行な直線が平行四辺形の各辺 AB，BC，CD，DA またはその延長と交わる点を，それぞれ E，F，G，H とする。
このとき，HE＝FG であることを証明しなさい。




17

右の図のように，▱ABCD の辺 BC，AD 上に，∠AEB＝∠DFC となるように，それぞれ点 E，F をとります。このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明しなさい。




18

次の文章のうち，下線部分が最も適している語であるものには ○ をつけ，そうでないものには，下線部分を最も適している語になおしなさい。

(1) 4 つの辺が等しい四角形は <u>正方形</u> である。

(2) 1 組の対辺が平行である四角形は <u>平行四辺形</u> である。

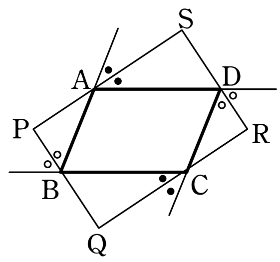
(3) 2 組の対辺がそれぞれ等しい四角形は <u>長方形</u> である。

(4) 対角線の長さが等しく，それぞれの中点で交わる四角形は <u>平行四辺形</u> である。

(5) 1 組の対辺が，平行でその長さが等しい四角形は <u>平行四辺形</u> である。

19

右の図のように，平行四辺形 ABCD の 4 つの外角の二等分線の交点を P，Q，R，S とする。
このとき，四角形 PQRS は長方形であることを証明しなさい。

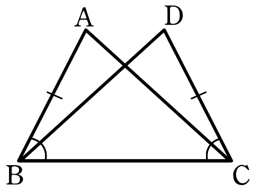


# 第４章　合同と証明　レベルA

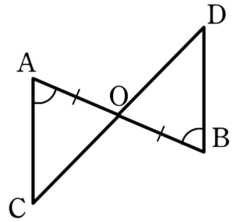
1

次の問いに答えなさい。

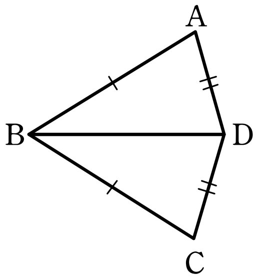
(1)　右の図で，AB＝DC，∠ABC＝∠DCB である。
△ABC≡△DCB を証明しなさい。



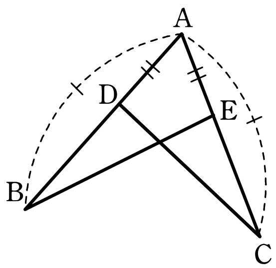

(2)　右の図で，OA＝OB，∠OAC＝∠OBD である。
△OAC≡△OBD を証明しなさい。



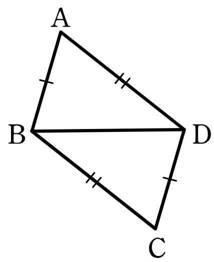

(3)　右の図で，AB＝CB，AD＝CD である。
△ABD≡△CBD を証明しなさい。



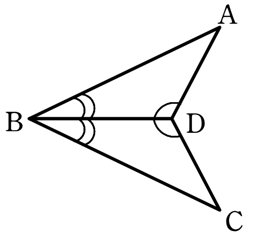

(4)　右の図で，AB＝AC，AD＝AE である。
△ABE≡△ACD を証明しなさい。



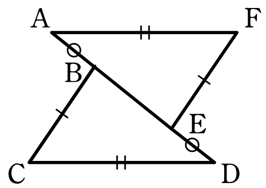

(5)　右の図で，AB＝CD，AD＝CB である。
このとき，∠BAD＝∠DCB であることを証明しなさい。



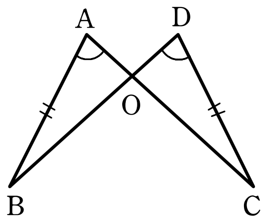
(6)　右の図で，∠ABD＝∠CBD，∠ADB＝∠CDBである。
このとき，AB＝CB であることを証明しなさい。




(7)　右の図で，点 B，E は線分 AD 上の点で，AF＝DC，
AB＝DE，BC＝EF である。
このとき，AF∥CD であることを証明しなさい。

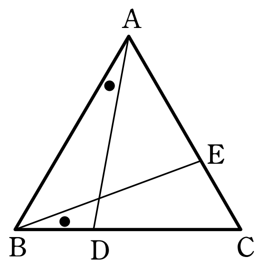



(8)　右の図で，AB＝DC，∠OAB＝∠ODC である。
このとき，OA＝OD であることを証明しなさい。




$\boxed{2}$

正三角形 ABC の辺 BC，CA 上に，それぞれ点 D，E を
∠BAD＝∠CBE となるようにとる。△ABD≡△BCE を
証明するとき，証明に必要な三角形の合同条件を答えなさい。

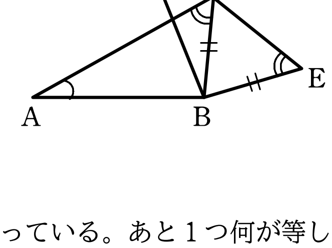



$\boxed{3}$

右の図において，

BC＝BE，
∠CAB＝∠EDB，
∠ACB＝∠DEB

である。合同な三角形の組と合同条件を答えなさい。

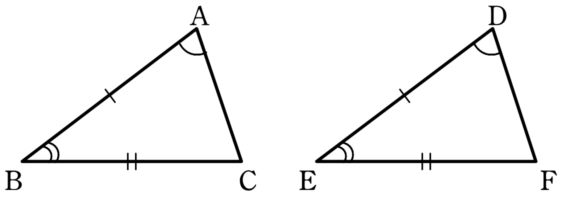



$\boxed{4}$

△ABC と △DEF について，AB＝DE と AC＝DF がわかっている。あと 1 つ何が等しいことがわかると，2 つの三角形は合同になるといえるか答えなさい。

$\boxed{5}$

下の 2 つの三角形は，記号で示された 4 組の等しい関係を使って，いろいろな方法で合同であることを証明することができる。




しかし，このうちのどれか 1 組がなくなると，合同であることを証明できなくなる。その組はどれか答えなさい。

$\boxed{6}$

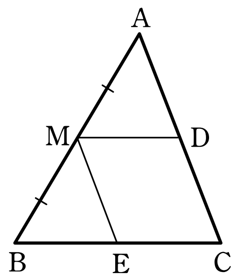
次のことがらの逆をいいなさい。また，それが正しい場合は○を，正しくない場合は反例を 1 つ書きなさい。

(1)　$a>0$，$b>0$ ならば $a+b>0$

(2)　△ABC と △DEF において，△ABC≡△DEF ならば ∠A＝∠D，∠B＝∠E

$\boxed{7}$

右の図の △ABC において，辺 AB の中点を M とする。
点 M を通り辺 BC，AC に平行な直線と，辺 AC，BC との交点をそれぞれ D，E とする。
このとき，△AMD≡△MBE であることを証明しなさい。

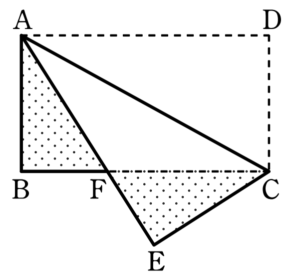



$\boxed{8}$

右の図は，AB＜AD である長方形 ABCD を，対角線 AC を折り目として折り返したものである。頂点 D が移った点を E とし，AE と BC の交点を F とするとき，

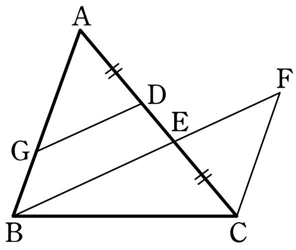
　　△ABF≡△CEF

であることを証明しなさい。



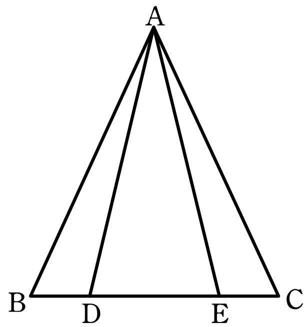
$\boxed{9}$

右の図のように，△ABC において，辺 AC 上に AD＝CE となる 2 点 D，E をとる。BE の延長と，点 C を通り辺 AB に平行な直線との交点を F とし，点 D を通り BF に平行な直線と直線 AB との交点を G とする。このとき，△AGD≡△CFE であることを証明しなさい。



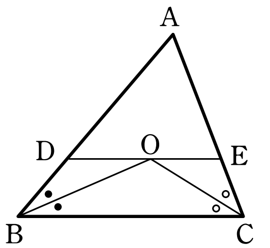

$\boxed{10}$

右の図において，△ABC は AB＝AC の二等辺三角形であり，点 D，E は辺 BC 上の点で，BD＝CE である。
このとき，△ABE≡△ACD であることを証明しなさい。



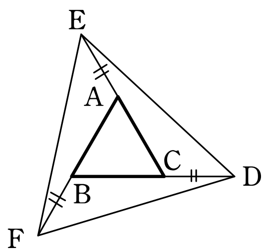

$\boxed{11}$

△ABC において，∠B と∠C の二等分線の交点を O とする。
また，O を通って辺 BC に平行な直線を引き，辺 AB，AC との交点をそれぞれ D，E とする。
このとき，△BOD と △CEO はどちらも二等辺三角形であることを証明しなさい。




$\boxed{12}$

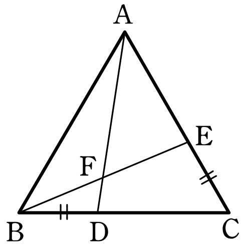
正三角形 ABC の辺 BC，CA，AB を右の図のように延長して，その上に点 D，E，F を CD＝AE＝BF となるようにとる。このとき，△DEF は正三角形であることを証明しなさい。



13

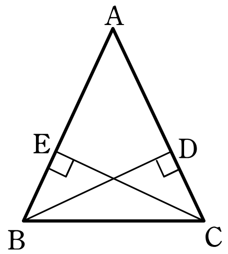
正三角形 ABC の辺 BC，CA 上に，それぞれ点 D，E を BD＝CE となるようにとる。また，AD と BE の交点を F とする。
このとき，次のことを証明しなさい。

(1)　AD＝BE　　　(2)　∠BFD＝60°



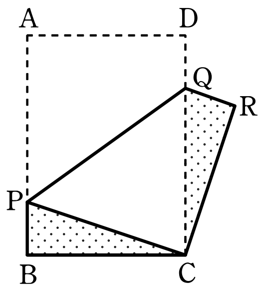

14

AB＝AC である △ABC の点 B，C から辺 AC，AB に垂線をひき，その交点をそれぞれ D，E とする。
このとき，△EBC≡△DCB であることを証明しなさい。




15

右の図は，AB＞AD である長方形 ABCD を，頂点 A が頂点 C に重なるように折り返したものである。
頂点 D が移った点を R とし，折り目を PQ とするとき，△PBC≡△QRC であることを証明しなさい。

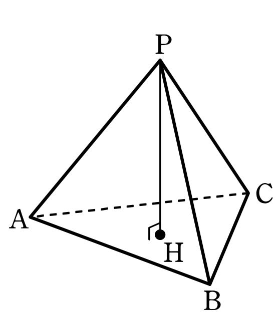



16

右の図のような，△ABC を底面とする正三角錐 PABC があり，P から底面 ABC に引いた垂線を PH とする。

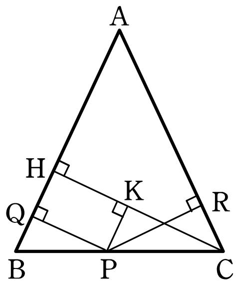
(1)　△PHA，△PHB，△PHC はすべて合同であることを証明しなさい。

(2)　AH＝BH＝CH であることを証明しなさい。



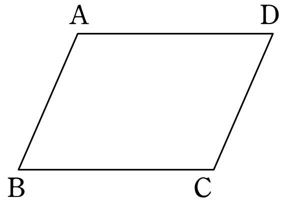
$\boxed{17}$

右の図は，二等辺三角形 ABC の底辺 BC 上に点 P をとり，P から 2 辺 AB，AC にそれぞれ垂線 PQ，PR を引いたものである。点 C から辺 AB に引いた垂線の足を H，P から CH に引いた垂線の足を K とする。
このとき，PQ＋PR＝CH が成り立つことを証明しなさい。



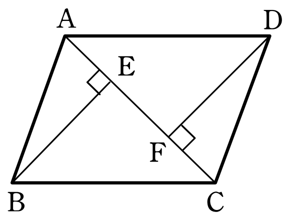

$\boxed{18}$

右の図の▱ABCD について，(1)，(2) のような条件が加わるとそれぞれどのような四角形になるか答えなさい。
(1)　∠A＝90°
(2)　AB＝AD



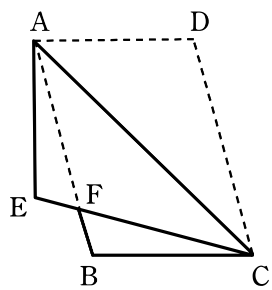

$\boxed{19}$

右の図のように，▱ABCD の対角線 AC 上に，点 B，D からひいた垂線をそれぞれ BE，DF とする。このとき，AE＝CF であることを証明しなさい。



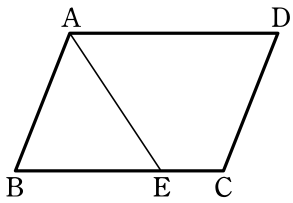

$\boxed{20}$

右の図は，AB＞AD である ▱ABCD を，対角線 AC を折り目として折り返したものである。
頂点 D が移った点を E とし，AB と EC の交点を F とするとき，△AEF≡△CBF であることを証明しなさい。



**21**

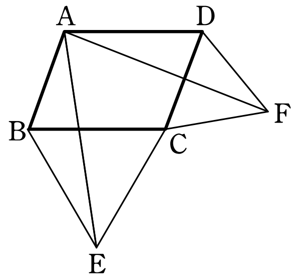
AB＜AD である ▱ABCD において，∠BAD の二等分線と辺 BC との交点を E とする。
このとき，EC＋CD＝AD となることを証明しなさい。




**22**

右の図のように，▱ABCD の辺 BC，CD をそれぞれ 1 辺とする正三角形 BEC，正三角形 CFD をつくり，A と E，A と F をそれぞれ線分で結ぶ。
このとき，次のことを証明しなさい。

△ABE≡△FDA

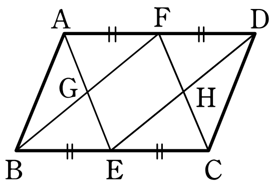



**23**

平行四辺形 ABCD において，辺 BC の中点を E，辺 AD の中点を F とし，右の図のように線分で結ぶ。このとき，次のことを証明しなさい。

(1) 四角形 AECF は平行四辺形である。

(2) 四角形 GEHF は平行四辺形である。

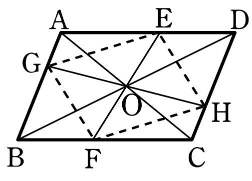



**24**

平行四辺形 ABCD の対角線の交点 O を通る直線を引き，辺 AD，BC との交点をそれぞれ E，F とする。

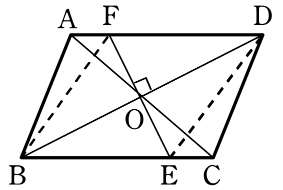
(1) OE＝OF であることを証明しなさい。

(2) O を通る直線をもう 1 本引き，辺 AB，DC と交わる点をそれぞれ G，H とすると，四角形 EGFH は平行四辺形であることを証明しなさい。



25

平行四辺形 ABCD において，対角線の交点 O を通り，BD に垂直に引いた直線が辺 BC，DA と交わる点をそれぞれ E，F とする。
このとき，四角形 BEDF はひし形であることを証明しなさい。



# 第４章　合同と証明　レベルB

1

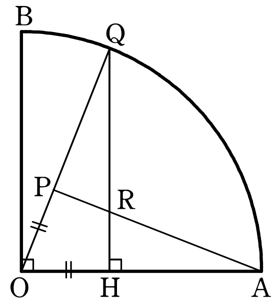
右の図のように，中心角が 90° である扇形 OAB の

$\overset{\frown}{AB}$ 上に点 Q がある。Q から OA に垂線 QH を引き，線分 OQ 上に点 P を，OH＝OP となるようにとる。また，線分 QH と AP の交点を R とする。このとき，次のことを証明しなさい。

(1)　∠OPA＝90°

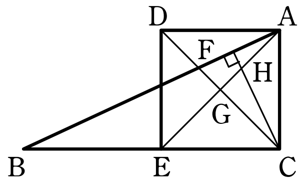
(2)　HR＝PR

(3)　半直線 OR は ∠AOQ の二等分線



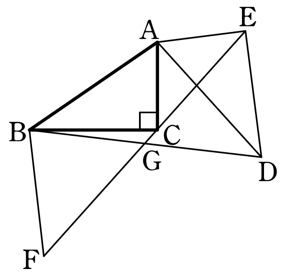

2

右の図のように，∠C＝90° の直角三角形 ABC と，辺 AC を１辺とする正方形 ADEC があり，対角線 CD と AB，AE との交点をそれぞれ F，G とする。また，点 C から辺 AB に引いた垂線と AE との交点を H とする。このとき，△ACH≡△DAF であることを証明しなさい。



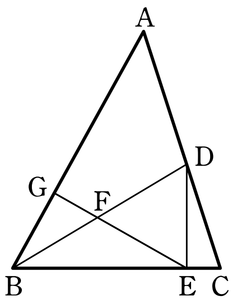

3

右の図で三角形 ABC は ∠ACB＝90° の直角三角形である。三角形 ADE は，三角形 ABC を，頂点 A を中心に回転移動したものである。直線 CE 上に，点 F を BC＝BF となるようにとる。直線 BD と直線 EF との交点を G とするとき，EG＝FG となることを証明しなさい。



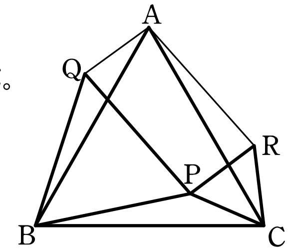

4

右の図のような，3 つの角が鋭角の △ABC がある。∠ABC の二等分線と辺 AC との交点を D とし，D から辺 BC に引いた垂線の足を E とする。E から辺 AB に垂線を引き，BD，AB との交点をそれぞれ F，G とする。このとき，ED＝EF であることを証明しなさい。



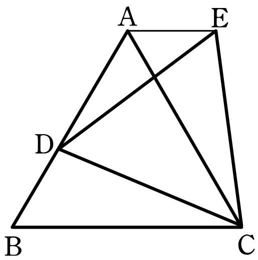
5

右の図のように，正三角形 ABC の内部に点 P をとり，PB を 1 辺とする正三角形 QBP と，PC を 1 辺とする正三角形 RPC をつくる。そして，点 A と点 Q，点 A と点 R をそれぞれ結ぶ。このとき，PQ＝RA であることを証明しなさい。



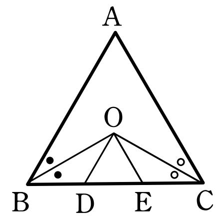

6

正三角形 ABC の辺 AB 上に点 D をとり，右の図のように，△DCE が正三角形になるような点 E をとる。このとき，AE∥BC であることを証明しなさい。




7

△ABC の ∠B，∠C の二等分線の交点 O から，辺 AB，AC に平行な直線を引き，辺 BC との交点をそれぞれ D，E とする。BD＝DE＝EC ならば，△ABC は正三角形であることを証明しなさい。




8

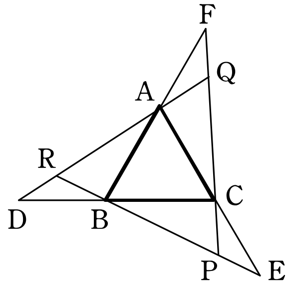
右の図において，△ABC は正三角形であり，

BD＝CE＝AF

である。このとき，次のことを証明しなさい。

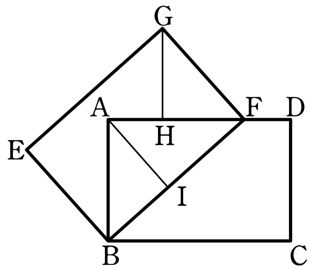
(1) ∠QRP＝60°

(2) △PQR は正三角形である。



$\boxed{9}$

右の図のように，合同な２つの長方形 ABCD，EBFG があり，点 F は辺 AD 上の点である。また，線分 AF 上に点 H，辺 BF 上に点 I があり，GH⊥AF，AI⊥BF である。このとき，AI＝GH であることを証明しなさい。



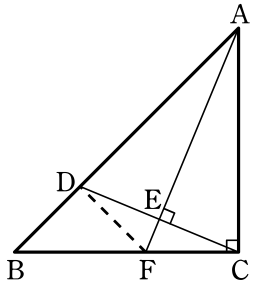

$\boxed{10}$

右の図のように，∠ACB＝90°，AC＝BC の直角二等辺三角形 ABC がある。辺 AB 上に，AD＝AC となる点 D をとり，点 D と点 C を結ぶ。点 A を通り，線分 DC に垂直な直線を引き，線分 DC，辺 BC との交点をそれぞれ E，F とする。

(1)　△ACE≡△ADE であることを証明しなさい。

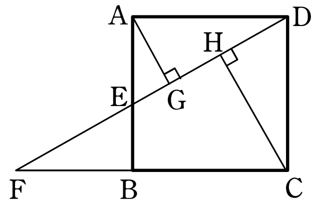
(2)　△ACF≡△ADF であることを証明しなさい。

(3)　△DBF は直角二等辺三角形であることを証明しなさい。



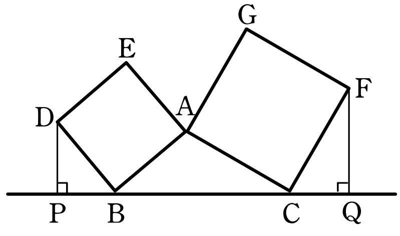

$\boxed{11}$

正方形 ABCD において，辺 AB 上の点を E，線分 DE の延長と辺 CB の延長との交点を F とする。A，C から線分 DE にそれぞれ垂線 AG，CH を引くとき，AG＝EB ならば，CH＝FB であることを証明しなさい。



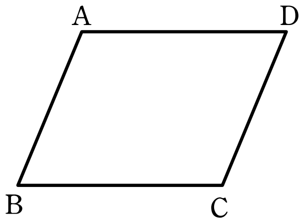

$\boxed{12}$

∠B と ∠C がともに鋭角である △ABC の 2 辺 AB，AC をそれぞれ 1 辺とする正方形 ABDE，ACFG を △ABC の外側に作る。直線 BC に 2 点 D，F から，それぞれ垂線 DP，FQ を引くとき，DP＋FQ＝BC であることを証明しなさい。



$\boxed{13}$

次の四角形 ABCD において，必ず平行四辺形であるといえる場合には ○，いえない場合には × を書きなさい。




(1)　AD＝BC，AB∥DC

(2)　AD＝BC，AD∥BC

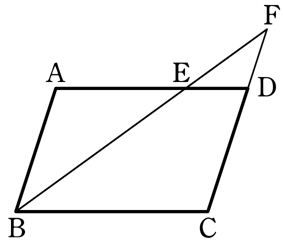
(3)　∠A＝∠C，∠B＝∠D

(4)　AB＝AD，CB＝CD

(5)　AB＝DC，AD＝BC

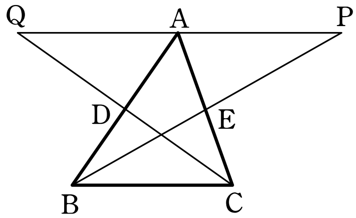
$\boxed{14}$

右の図のように，▱ABCD において，辺 AD 上に AB＝AE となるように点 E をとる。また，辺 CD の延長と BE の延長との交点を F とする。
このとき，AD＝CF であることを証明しなさい。




$\boxed{15}$

△ABC の辺 AB，AC の中点を，それぞれ D，E とし，BE，CD の延長上にそれぞれ点 P，Q を BE＝PE，CD＝QD となるようにとる。
このとき，点 A は線分 PQ の中点であることを証明しなさい。



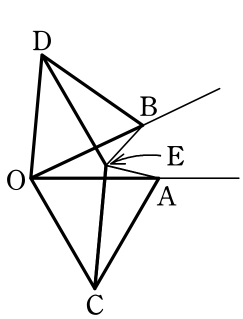

$\boxed{16}$

右の図において，△OAC と △OBD はともに正三角形であり，四角形 OCED は平行四辺形である。

(1)　△DEB≡△CAE であることを証明しなさい。

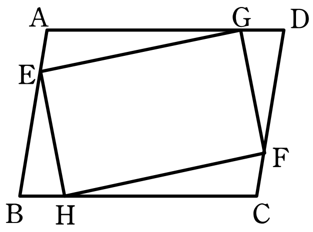
(2)　∠BDE＝∠BOA であることを証明しなさい。

(3)　∠AEB＝60° であることを証明しなさい。



$\boxed{17}$

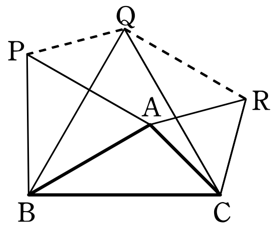
▱ABCD において，辺 AB，DC 上に AE＝CF となる点 E，F をそれぞれとり，辺 AD，BC 上に AG＝CH となる点 G，H をそれぞれとる。
このとき，四角形 EHFG は平行四辺形であることを証明しなさい。




$\boxed{18}$

右の図のように，△ABC に対して，BA，BC，AC をそれぞれ 1 辺とする正三角形 PBA，QBC，RAC を作る。次のことを証明しなさい。

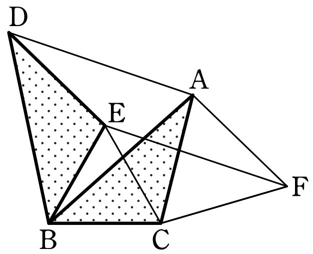
(1) △ABC≡△PBQ である。
(2) 四角形 PARQ は平行四辺形である。




$\boxed{19}$

右の図のように，△ABC を，点 B を中心として，時計の針の回転と反対向きに 60° 回転移動した三角形を△DBE とする。また，△ABC の辺 AC を 1 辺とする正三角形 ACF を △ABC の外側につくる。点 A と D，点 E と F，点 E と C をそれぞれ結ぶ。

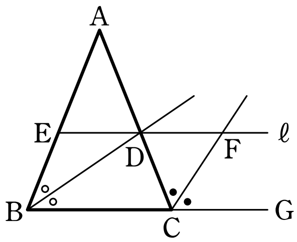
(1) 辺 DE と長さが等しい辺をすべて答えなさい。
(2) △EBC が正三角形になることを証明しなさい。
(3) △ABC≡△FEC であることを証明しなさい。
(4) 四角形 DEFA が平行四辺形となることを証明しなさい。



# 第４章　合同と証明　レベルC

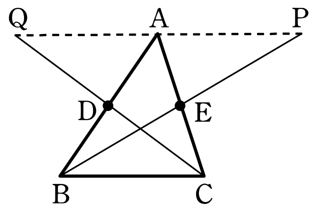
1

右の図のように，AB＝ACの二等辺三角形 ABC がある。∠Bの二等分線が辺 AC と交わる点を D，D を通り BC に平行な直線 $\ell$ と辺 AB との交点を E，∠C の外角の二等分線と $\ell$ との交点を F とする。また，半直線 BC 上に，右の図のように点 G をとる。
ED＝DF となることを証明しなさい。



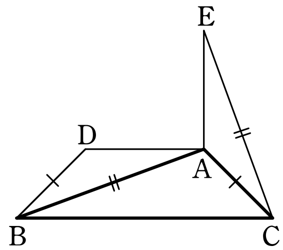

2

△ABC の辺 AB，AC の中点をそれぞれ D，E とし，BE，CD の延長上にそれぞれ点 P，Q を BE＝PE，CD＝QD となるようにとる。このとき，3 点 P，A，Q は一直線上にあることを証明しなさい。



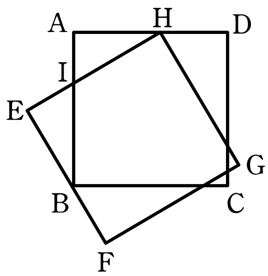

3

右の図のような，∠A が鈍角である △ABC がある。△ABC において，頂点 B から直線 AC に垂線を引き，その垂線上に BD＝AC となる点 D を，直線 AC に近い方にとる。頂点 C からも，直線 AB に垂線を引き，その垂線上に CE＝AB となる点 E を，直線 AB に近い方にとる。このとき，△ABD≡△ECA であることを証明しなさい。



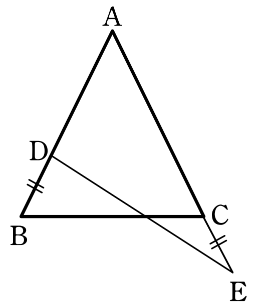

4

右の図のような 2 つの合同な正方形 ABCD と EFGH があり， 頂点 B は辺 EF 上に，頂点 H は辺 AD 上にある。2 辺 AB，EH の交点を I とするとき，△AIH≡△EIB であることを証明しなさい。



5

AB＝AC である二等辺三角形 ABC の辺 AB 上に点 D をとり，辺 AC の延長上に点 E を CE＝BD となるようにとる。このとき，線分 DE は辺 BC によって 2 等分されることを証明しなさい。

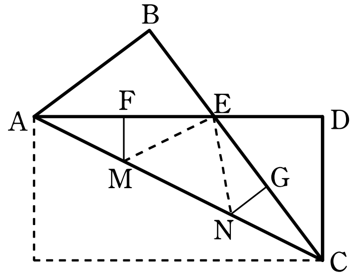



6

右の図は長方形 ABCD を対角線 AC で折り返した図である。BC と AD の交点を E とし，AE，CE の中点をそれぞれ F，G とする。また，AE，CE の垂直二等分線が AC と交わる点をそれぞれ M，N とする。次のことを証明しなさい。

(1)　AE＝EC である。

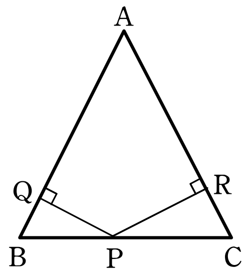
(2)　△EMN は二等辺三角形である。




7

(1)　AB＝AC である二等辺三角形 ABC の底辺 BC 上に点 P をとる。P から AB，AC に引いた垂線をそれぞれ PQ，PR とする。このとき，PQ＋PR は，P が辺 BC 上のどこにあっても一定であることを証明しなさい。

(2)　正三角形 ABC の内部に点 P をとり，P から 3 辺 BC，CA，AB に引いた垂線を，それぞれ PQ，PR，PS とする。このとき，PQ＋PR＋PS は，P が △ABC の内部のどこにあっても一定であることを証明しなさい。

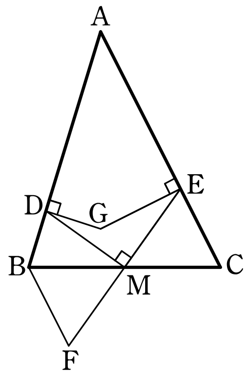


8

△ABCにおいて辺BCの中点をMとする。辺AB，AC上にそれぞれ点D，Eを，MD＝ME，∠DME＝90°となるようにとる。また，点Bを通り辺ACに平行な直線とEMの延長との交点をFとする。さらに，点Dを通り辺ABに垂直な直線と，点Eを通り辺ACに垂直な直線との交点をGとする。

(1)　∠EDF＝90°であることを証明しなさい。

(2)　△DBF≡△DGEであることを証明しなさい。

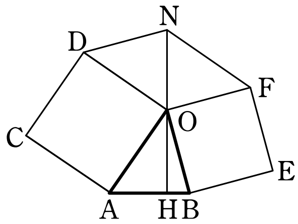



9

右の図のように，△OABの外側に正方形OACD，正方形OBEF，および，OD，OFを2辺とする平行四辺形OFNDをつくり，直線NOとABの交点をHとする。このとき，次の問いに答えなさい。

(1)　△OAB≡△DONを証明しなさい。

(2)　OH⊥ABを証明しなさい。

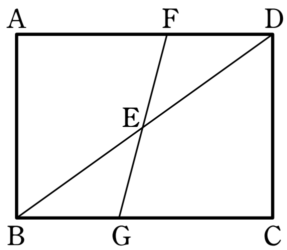



10

右の図のように，長方形ABCDがあり，対角線BDの中点をEとする。辺AD上に点Fをとり，2点E，Fを通る直線と辺BCとの交点をGとする。

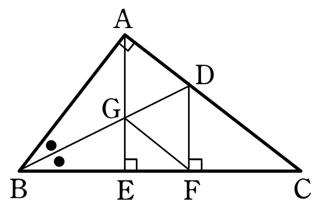
(1)　BG＝DFであることを証明しなさい。

(2)　点Gを通り，対角線BDと平行な直線を引き，辺CDとの交点をHとする。FとHを結ぶとき，FH＋GH＝BDであることを証明しなさい。



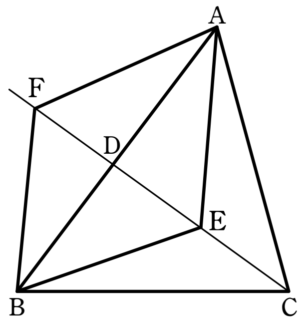

11

∠A＝90°の直角三角形ABCで，∠Bの二等分線と辺ACとの交点をDとする。また，点A，Dから辺BCに引いた垂線を，それぞれAE，DFとし，AEとBDの交点をGとする。このとき，四角形AGFDはひし形であることを証明しなさい。



$\boxed{12}$

右の図のように，△ABC があり，D は辺 AB の中点，E は線分 CD の中点である。B を通り AE に平行な直線と CD の延長との交点を F とおく。




(1)　四角形 AEBF は平行四辺形であることを証明しなさい。

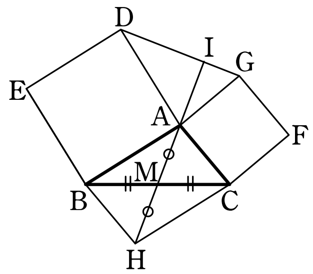
(2)　AB＝CD のとき，四角形 AEBF はどのような四角形であるか答えなさい。

$\boxed{13}$

右の図のように，△ABC の辺 AB，AC をそれぞれ 1 辺とする正方形 ADEB，ACFG をつくる。辺 BC の中点を M，直線 AM と直線 GD の交点を I とする。また，直線 AM の M を超える延長上に，AM＝HM となる点 H をとる。

このとき，AI⊥DG が成り立つことを証明しなさい。

ただし，△AHC≡△GDA であることを利用してよい。




$\boxed{14}$

右の図において四角形 ABCD は平行四辺形，△AEB は AB＝AE の直角二等辺三角形，△ADF は AD＝AF の直角二等辺三角形である。また，点 H は直線 CA と直線 EF の交点である。このとき，AH⊥EF であることを証明しなさい。