第５章　平行線と面積／三角形の成立　要綱

1　平行線と面積

△PAB，△QAB の頂点 P，Q が，直線 AB に関して同じ側にあるとき，次のことが成り立つ。

[1]　PQ∥AB　ならば　△PAB＝△QAB

[2]　△PAB＝△QAB　ならば　PQ∥AB

上のように，△PAB と書いて，△PAB の面積を表すことがある。すなわち，△PAB＝△QAB と書いて，△PAB と △QAB の面積が等しいことを表す。

図形の面積を変えないで，その形だけを変えることを**等積変形**(**とうせきへんけい**)という。

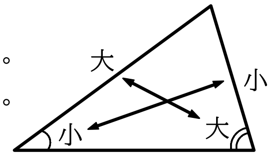
2　三角形の成立

三角形の辺と角の大小

三角形において，次のことが成り立つ。

[1]　大きい辺に対する角は，小さい辺に対する角より大きい。

[2]　大きい角に対する辺は，小さい角に対する辺より大きい。



三角形の 2 辺の和と差

三角形において，次のことが成り立つ。

[1]　2 辺の和は，残りの辺より大きい。

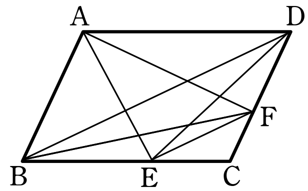
[2]　2 辺の差は，残りの辺より小さい。

三角形の成立条件

正の数 a，b，c を 3 辺の長さとする三角形が存在するための条件は，$|b-c|<a<b+c$ が成り立つことである。特に，3 辺の長さ a，b，c の中で，a が最大であれば，三角形が存在するための条件は，$a<b+c$ が成り立つことである。

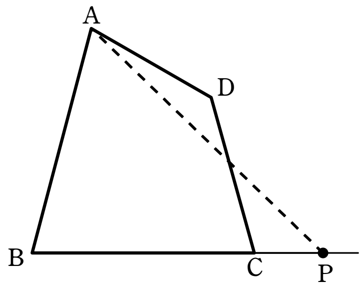
1 ★★

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形で，
BD∥EF である。
△ABE と面積の等しい三角形を 3 つ答えなさい。



2 ★★

右の図のような四角形 ABCD に対して，半直線 BC 上に点 P をとり，四角形 ABCD の面積と △ABP の面積が等しくなるようにしたい。P をどのような位置にとればよいか答えなさい。



3 ★★

△ABC において，次のような条件を満たすのは，それぞれどの角と辺か答えなさい。

(1)　AB＝6 cm，BC＝8 cm，CA＝5 cm であるとき，最も大きい角

(2)　AB＝5 cm，BC＝6 cm，CA＝4 cm であるとき，最も小さい角

(3)　∠A＝40°，∠B＝60° であるとき，最も大きい辺

(4)　∠A＝40°，∠C＝50° であるとき，最も小さい辺

4 ★★★

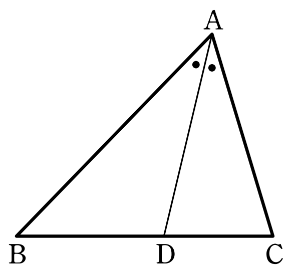
3 辺の長さが次のような三角形は存在するかどうかを調べなさい。

(1)　5 cm，7 cm，10 cm　　(2)　15 cm，8 cm，6 cm

(3)　4 cm，9 cm，14 cm　　(4)　7 cm，9 cm，12 cm

5 ★★★

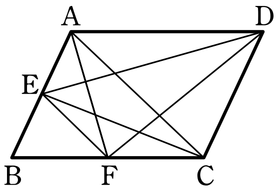
△ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，AB＞BD であることを証明しなさい。



第５章　平行線と面積／三角形の成立　例題演習

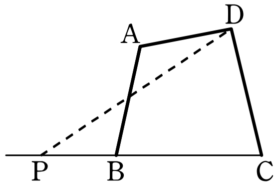
1

右の図において，四角形 ABCD は平行四辺形で，AC∥EF である。△ACE と面積の等しい三角形をすべて答えなさい。



2

右の図の四角形 ABCD に対して，辺 CB の延長上に点 P をとり，△DPC の面積と四角形 ABCD の面積を等しくしたい。点 P はどのような位置にとればよいか答えなさい。



3

△ABC において，次のような条件を満たすのは，それぞれどの角や辺か答えなさい。

(1)　AB＝6 cm，BC＝4 cm，CA＝5 cm であるとき，最も大きい角

(2)　AB＝7 cm，BC＝5 cm，CA＝4 cm であるとき，最も小さい角

(3)　∠A＝50°，∠B＝80° であるとき，最も大きい辺

(4)　∠B＝65°，∠C＝75° であるとき，最も小さい辺

4

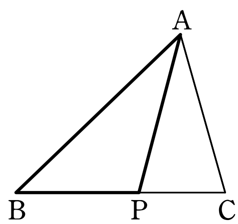
3 辺の長さが次のような三角形は存在するかどうかを調べなさい。

(1)　5 cm，7 cm，6 cm　　(2)　12 cm，5 cm，5 cm

(3)　3 cm，9 cm，12 cm　　(4)　8 cm，15 cm，9 cm

5

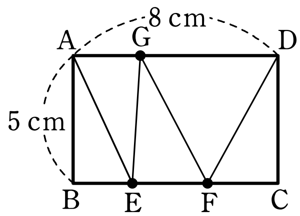
△ABC において，AB＞AC とする。辺 BC 上に頂点と異なる点 P をとるとき，AB＞AP であることを証明しなさい。



第５章　平行線と面積／三角形の成立　レベルA

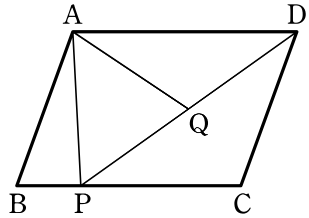
1

右の図は長方形 ABCD で，AB＝5 cm，AD＝8 cm である。また，E，F は辺 BC 上の点，G は辺 AD 上の点である。このとき，△AEG と △GFD の面積の和を求めなさい。



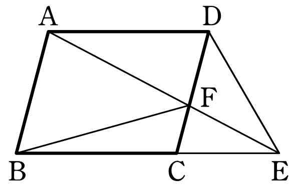
2

平行四辺形 ABCD の辺 BC 上に点 P をとり，線分 DP の中点を Q とする。平行四辺形 ABCD の面積が 40 cm^2 のとき，△APQ の面積を求めなさい。



3

▱ABCD の辺 BC の延長上に点 E をとり，辺 CD と線分 AE の交点を F とする。このとき，△BCF＝△DEF が成り立つことを次のように証明した。空欄をうめて証明を完成させなさい。



〔証明〕　AB∥DC であるから

△ACF＝△ア $\boxed{}$

AD∥CE であるから

△ACD＝△AED

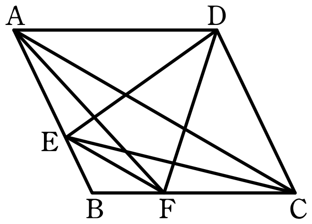
△ACD と △AED において，△イ $\boxed{}$ は共通であるから

△ACF＝△ウ $\boxed{}$

よって　△BCF＝△DEF

$\boxed{4}$

右の図の平行四辺形 ABCD で，AB，BC 上にそれぞれ点 E，F をとる。AC∥EF のとき，△ACE と面積が等しい三角形を 3 つ書きなさい。

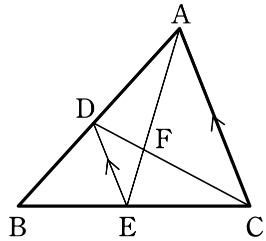


$\boxed{5}$

右の図のように，△ABC の辺 AB，BC 上にそれぞれ点 D，E を DE∥AC となるようにとります。
AE と DC の交点を F とするとき，次の三角形と面積が等しい三角形をいいなさい。

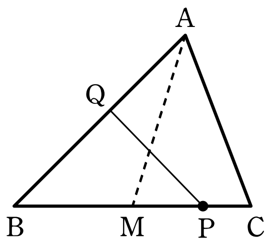
(1)　△ADF

(2)　△ABE



$\boxed{6}$

右の図の △ABC において，辺 BC の中点を M とし，辺 BC 上に図のように点 P が与えられている。
直線 PQ を引いて，△ABC の面積を 2 等分したい。
点 Q をどのような位置にとればよいか答えなさい。

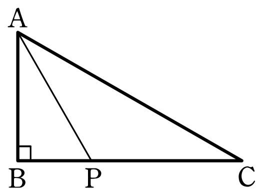


$\boxed{7}$

3 辺の長さが x，6，9 である三角形が存在するような x の値の範囲を求めなさい。

$\boxed{8}$

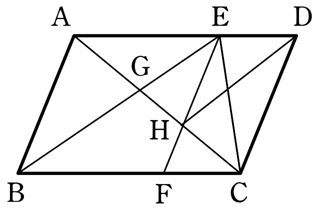
∠B＝90° の直角三角形 ABC の辺 BC 上 に頂点と異なる点 P をとるとき，AB＜AP＜AC であることを証明しなさい。



第５章　平行線と面積／三角形の成立　レベルB

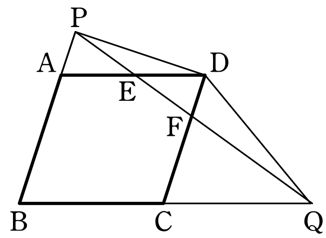
1

右の図で，四角形 ABCD は平行四辺形であり，
AB∥EF である。
△ABE と面積が等しい三角形をすべていいなさい。



2

右の図の ▱ABCD において，辺 AD の中点を E，辺 CD を 3 等分した点のうち，点 D に近い点を F とする。また，直線 EF が辺 AB，BC の延長と交わる点をそれぞれ P，Q とする。△BEF の面積が 12 cm^2 のとき，△DPQ の面積を求めなさい。

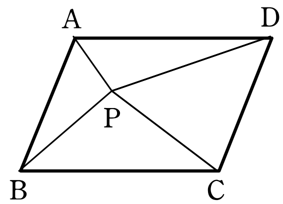


3

平行四辺形 ABCD の内部に，かってな点 P をとる。

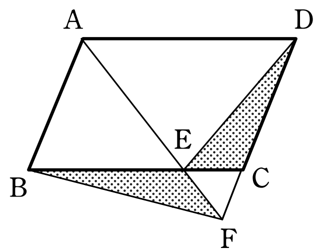
このとき　$\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PCD}=\dfrac{1}{2}$▱ABCD

であることを証明しなさい。



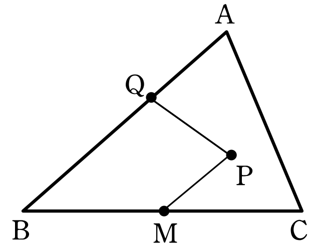
4

平行四辺形 ABCD において，辺 BC 上に点 E をとり，AE の延長線と DC の延長線との交点を F とする。
このとき，△BFE と △DEC の面積が等しいことを証明しなさい。



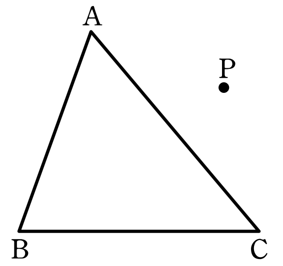
5

△ABC において，辺 BC の中点を M とし，内部に１点 P をとる。
右の図のような 折れ線 MPQ を引いて，△ABC の面積を 2 等分するには，辺 AB 上の点 Q をどのような位置にとればよいか答えなさい。



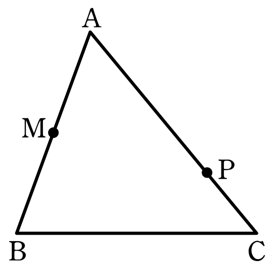
$\boxed{6}$

右の図のような $\triangle$ABC と，$\triangle$ABC の外部の点 P がある。辺 AB 上に点 D をとって，四角形 BCPD の面積と $\triangle$ABC の面積が等しくなるようにしたい。D をどのような位置にとればよいか答えなさい。



$\boxed{7}$

右の図のような $\triangle$ABC の辺 AB の中点を M とする。このとき，線分 CM は $\triangle$ABC の面積を 2 等分する。図のように，辺 AC 上の A より C に近い位置に点 P をとる。また，辺 AB 上に点 Q をとり，線分 PQ が $\triangle$ABC の面積を 2 等分するようにしたい。Q をどのような位置にとればよいか答えなさい。

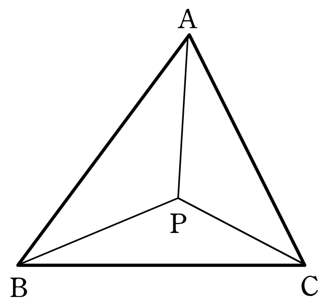


$\boxed{8}$

$\triangle$ABC の内部に点 P をとり，A と P，B と P，C と P をそれぞれ結ぶと，

$$2(AP+BP+CP)>AB+BC+CA$$

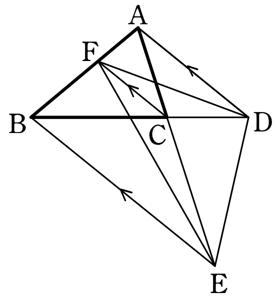
であることを証明しなさい。



第５章　平行線と面積／三角形の成立　レベルC

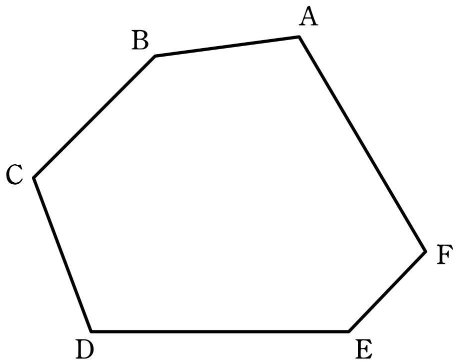
1

右の図のように，△ABC の頂点 A，B，C のそれぞれを通って，互いに平行な 3 つの直線を引き，対辺またはその延長と交わる点をそれぞれ D，E，F とする。
このとき，△DEF の面積は △ABC の面積の 2 倍になることを証明しなさい。



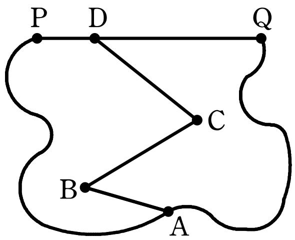
2

下の図の六角形 ABCDEF と面積が等しい三角形をかきなさい。



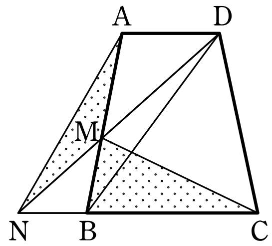
3

右の図のような，直線 PQ と曲線 PAQ で囲まれた土地があり，折れ線 A−B−C−D によって面積が 2 等分されている。この土地の面積を 1 本の直線で 2 等分するには，その直線をどのように引けばよいか。その引き方を説明して，図にかき入れなさい。



$\boxed{4}$

右の図のような，AD∥BC，AD＜BC である台形 ABCD がある。この台形の頂点 D を通る直線が，辺 AB と交わる点を M，辺 BC の延長と交わる点を N とする。



(1)　△AMN と △MBC の面積の大小について，次の (a), (b), (c) から正しいものを選びなさい。

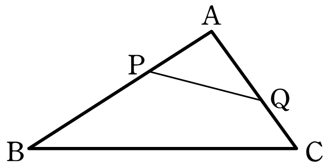
　(a)　△AMN＞△MBC　　(b)　△AMN＝△MBC

　(c)　△AMN＜△MBC

(2)　(1) で選んだものが正しいことを証明しなさい。

$\boxed{5}$

右の図のような ∠A＞90° である △ABC の辺 AB, AC 上にそれぞれ頂点と異なる点 P，Q をとる。
このとき，PQ＜BC であることを証明しなさい。

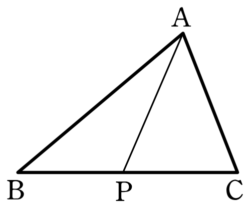


$\boxed{6}$

△ABC の内部の 1 点を P とするとき，AB＋AC＞PB＋PC であることを証明しなさい。

$\boxed{7}$

△ABC において，辺 BC 上に頂点と異なる点 P をとる。
次のことを証明しなさい。



(1)　AB>AC ならば，AB>AP である。

(2)　2AP<AB+BC+CA

$\boxed{8}$

△ABC の ∠A の外角の二等分線上に A と異なる点 P をとるとき，
AB+AC<PB+PC であることを証明しなさい。