ENGLISH PRIVATE SCHOOL
スタディ・コラボ

第3回コラボ模試

中3［発展］

(試験時間　60分)

解答上の注意

オンライン上での解答となります。各自解答ページで解答を入力してください。

入力対象は「0～9」の数です。

例　12＋34＝$\boxed{\text{アイ}}$　⇒　46　と入力

例　$\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ に $\dfrac{4}{5}$ と答えたいとき　⇒　45　と入力

また，分数は既約分数で答えること。

$\boxed{1}$ (1)　2 点 A (1, 1), B (2, 5) を 2 つの頂点とし，点 (3, 2) を重心とする三角形 ABC の頂点 C の座標を求めよ。　$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$

(2)　直線 $x-2y-1=0$ と点 P (3, 3) との距離を求めよ。　$\dfrac{\boxed{\text{ウ}}\sqrt{\boxed{\text{エ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$

(3)　2 点 A (−2,　−1) と B (4,　5) を直径の両端とする円の方程式を求めよ。

$\left(x-\boxed{\text{カ}}\right)^2+\left(y-\boxed{\text{キ}}\right)^2=\boxed{\text{クケ}}$

(4)　xy 平面上で，2 点 A (1,　0)，B (3,　0) があり，点 P は AP : BP＝1 : 2 を満たして動く。このとき，P の描く軌跡は円である。その中心の座標と半径を求めよ。

中心：$\left(\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}},\ \boxed{\text{シ}}\right)$，半径：$\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$

(5)　$x\geqq 0,\ y\geqq 0,\ 2x+3y\leqq 25,\ 3x+y\leqq 13$ のとき，$x+y$ の最大値，最小値を求めよ。また，そのときの x，y の値を求めよ。

$x=\boxed{\text{ソ}}$, $y=\boxed{\text{タ}}$ のとき最大値 $\boxed{\text{チ}}$,

$x=\boxed{\text{ツ}}$, $y=\boxed{\text{テ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{ト}}$

$\boxed{2}$ (1) $\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{3}{2}\pi$ とする。$\sin\theta = \dfrac{5}{13}$ のとき，$\cos\theta = -\dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$，$\tan\theta = -\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$

である。

(2) $\sin\theta + \cos\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta\cos\theta = -\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$，$\sin^3\theta + \cos^3\theta = \dfrac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シス}}}$

である。

(3) $\sin\dfrac{3}{2}\pi = -\boxed{\text{セ}}$，$\cos\left(-\dfrac{5}{3}\pi\right) = \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$，$\tan\dfrac{11}{4}\pi = -\boxed{\text{チ}}$ である。

(4) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$2\cos^2\theta + \cos\theta - 1 = 0$ を解くと，$\theta = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}\pi$，$\pi$，$\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}\pi$

である。

(5) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\tan\theta + 1 > 0$ を解くと，$0 \leqq \theta < \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\pi$，

$\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}\pi < \theta < \dfrac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}\pi$，$\dfrac{\boxed{\text{フ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}\pi < \theta < 2\pi$ である。

(6) $0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき，$\sin\left(\theta - \dfrac{\pi}{6}\right) > \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ を解くと，$\dfrac{\boxed{\text{ホ}}}{\boxed{\text{マ}}}\pi < \theta < \dfrac{\boxed{\text{ミ}}}{\boxed{\text{ム}}}\pi$ である。

$\boxed{3}$ (1) $\sin\alpha=\dfrac{2}{3}$，$\sin\beta=\dfrac{3\sqrt{5}}{7}$ $\left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}<\beta<\pi\right)$ のとき，$\sin(\alpha+\beta)=\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウエ}}$，

$\cos2\alpha=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である。

(2) $\tan\alpha=\dfrac{3}{4}$，$\tan\beta=-\dfrac{5}{12}$ $(0<\alpha<\pi,\ 0<\beta<\pi)$ であるとき，$\cos\beta=-\dfrac{\boxed{キク}}{\boxed{ケコ}}$，

$\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{\boxed{サシ}}{\boxed{スセ}}$，$\sin2\alpha=\dfrac{\boxed{ソタ}}{\boxed{チツ}}$ である。

(3) $\dfrac{3}{2}\pi<\theta<\dfrac{5}{2}\pi$ で，$\sin\theta=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ のとき，$\cos\dfrac{\theta}{2}=-\dfrac{\boxed{テ}\sqrt{\boxed{ト}}}{\boxed{ナ}}$，

$\sin\dfrac{\theta}{2}=-\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ であるから，$\tan\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{\sqrt{\boxed{ネ}}}{\boxed{ノ}}$ である。

(4) 関数 $f(\theta)=\sin2\theta+2(\sin\theta+\cos\theta)-1$ を考える。ただし， $0\leqq\theta<2\pi$ とする。

① $t=\sin\theta+\cos\theta$ とおくとき， $f(\theta)$ を t の式で表せ。

$f(\theta)=t^2+\boxed{ハ}t-\boxed{ヒ}$

② t のとりうる値の範囲を求めよ。 $-\sqrt{\boxed{フ}}\leqq t\leqq\sqrt{\boxed{ヘ}}$

③ $f(\theta)$ の最大値と最小値を求め，そのときの θ の値を求めよ。

$\theta=\dfrac{\boxed{ホ}}{\boxed{マ}}\pi$ のとき最大値 $\boxed{ミ}\sqrt{\boxed{ム}}$，

$\theta=\pi$，$\dfrac{\boxed{メ}}{\boxed{モ}}\pi$ のとき最小値 $-\boxed{ヤ}$

$\boxed{4}$ (1) 初項 80，公差 -3 の等差数列 $\{a_n\}$ について

① 初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。 $S_n=\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}n\left(\boxed{ウエオ}-\boxed{カ}n\right)$

② 初項から第何項までの和が最大となるか。 第$\boxed{キク}$項

(2) 初項が 8，公比が 3 の等比数列について，

① 初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ。 $S_n=\boxed{ケ}\left(\boxed{コ}^n-\boxed{サ}\right)$

② $S_n=968$ となる n の値を求めよ。 $n=\boxed{シ}$

(3) 次の数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

4，5，8，13，20，29，……

$a_n=n^2-\boxed{ス}n+\boxed{セ}$

(4) 和 $S=\dfrac{1}{3\cdot 7}+\dfrac{1}{7\cdot 11}+\dfrac{1}{11\cdot 15}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(4n-1)(4n+3)}$ を求めよ。

$S=\dfrac{n}{\boxed{ソ}\left(\boxed{タ}n+\boxed{チ}\right)}$

(5) 和 $S=1+2\cdot 2+3\cdot 2^2+\cdots\cdots+n\cdot 2^{n-1}$ を求めよ。

$S=\left(n-\boxed{ツ}\right)\cdot\boxed{テ}^n+\boxed{ト}$