1

解説

(1) $x^2+3x=x\times x+x\times 3=x(x+3)$

(2) $ab^2+2ab=ab\times b+ab\times 2=ab(b+2)$

(3) $3ab^2-27ab=3ab\times b-3ab\times 9=3ab(b-9)$

(4) $ax+ay-az=a(x+y-z)$

(5) $3x^3-x^2+5x=x\times 3x^2-x\times x+x\times 5=x(3x^2-x+5)$

(6) $x(a+b)+y(a+b)=(a+b)(x+y)$

(7) $5a(x-y)-2b(y-x)=5a(x-y)+2b(x-y)=(x-y)(5a+2b)$

(8) $\frac{1}{2}m^2n-\frac{3}{2}mn^2=\frac{1}{2}mn\times m-\frac{1}{2}mn\times 3n=\frac{1}{2}mn(m-3n)$

(9) $3x^3-x^2+\frac{1}{6}x=\frac{x}{6}\times 18x^2-\frac{x}{6}\times 6x+\frac{x}{6}\times 1=\frac{x}{6}(18x^2-6x+1)$

2

解説

(1) $x^2+4x+3=(x+1)(x+3)$

(2) $a^2+6a+8=(a+2)(a+4)$

(3) $x^2+3x-10=(x+5)(x-2)$

(4) $y^2+3y-28=(y-4)(y+7)$

(5) $x^2-10x+9=(x-1)(x-9)$

(6) $x^2+14xy+48y^2=(x+6y)(x+8y)$

(7) $x^2-9xy-36y^2=(x+3y)(x-12y)$

(8) $a^2-16ab+48b^2=(a-4b)(a-12b)$

(9) $p^2+2pq-35q^2=(p+7q)(p-5q)$

3

解説

(1) $x^2+4x+4=x^2+2\times 2\times x+2^2=(x+2)^2$

(2) $x^2-8x+16=x^2-2\times 4\times x+4^2=(x-4)^2$

(3) $36x^2+60x+25=(6x)^2+2\times 6x\times 5+5^2=(6x+5)^2$

(4) $81a^2-18a+1=(9a)^2-2\times 9a\times 1+1^2=(9a-1)^2$

(5) $16x^2+56xy+49y^2=(4x)^2+2\times 4x\times 7y+(7y)^2=(4x+7y)^2$

(6) $4+a^2-4a=a^2-4a+4=a^2-2\times 2\times a+2^2=(a-2)^2$

(7) $1-16m+64m^2=64m^2-16m+1=(8m)^2-2\times 8m\times 1+1^2=(8m-1)^2$

(8) $25p^2+110p+121=(5p)^2+2\times 5p\times 11+11^2=(5p+11)^2$

(9) $169x^2-52xy+4y^2=(13x)^2-2\times 13x\times 2y+(2y)^2=(13x-2y)^2$

4

解説

(1) $x^2-81=x^2-9^2=(x+9)(x-9)$

(2) $9a^2-100=(3a)^2-10^2=(3a+10)(3a-10)$

(3) $-49q^2+81p^2=81p^2-49q^2=(9p)^2-(7q)^2=(9p+7q)(9p-7q)$

(4) $\frac{a^2}{25}-\frac{b^2}{36}=\left(\frac{a}{5}\right)^2-\left(\frac{b}{6}\right)^2=\left(\frac{a}{5}+\frac{b}{6}\right)\left(\frac{a}{5}-\frac{b}{6}\right)$

(5) $64t^2-121=(8t)^2-11^2=(8t+11)(8t-11)$

(6) $196a^2-225b^2=(14a)^2-(15b)^2=(14a+15b)(14a-15b)$

5

解説

(1) $2a^2-12a+16=2(a^2-6a+8)=2(a-2)(a-4)$

(2) $2x^2y-20xy+50y=2y(x^2-10x+25)=2y(x-5)^2$

(3) $a^4b-3a^3b^2-4a^2b^3=a^2b(a^2-3ab-4b^2)=a^2b(a+b)(a-4b)$

(4) $x^2(5y-3)+4(3-5y)=x^2(5y-3)-4(5y-3)=(5y-3)(x^2-4)$

$=(5y-3)(x+2)(x-2)$

6

解説

(1) $3x^2-5x-2$

$=(x-2)(3x+1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -2 & \longrightarrow & -6 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & 1 \\ \hline 3 & & -2 & & -5 \end{array}$$

(2) $6x^2+13x+6$

$=(2x+3)(3x+2)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & 3 & \longrightarrow & 9 \\ 3 & & 2 & \longrightarrow & 4 \\ \hline 6 & & 6 & & 13 \end{array}$$

(3) $4a^2+11a-3$

$=(a+3)(4a-1)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 3 & \longrightarrow & 12 \\ 4 & & -1 & \longrightarrow & -1 \\ \hline 4 & & -3 & & 11 \end{array}$$

(4) $3x^2-26xy+35y^2$

$=(x-7y)(3x-5y)$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -7 & \longrightarrow & -21 \\ 3 & & -5 & \longrightarrow & -5 \\ \hline 3 & & 35 & & -26 \end{array}$$

(5) $4x^2+16xy+15y^2$

$=(2x+3y)(2x+5y)$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & 3 & \longrightarrow & 6 \\ 2 & & 5 & \longrightarrow & 10 \\ \hline 4 & & 15 & & 16 \end{array}$$

(6) $9x^2-3xy-2y^2$

$=(3x+y)(3x-2y)$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & 1 & \longrightarrow & 3 \\ 3 & & -2 & \longrightarrow & -6 \\ \hline 9 & & -2 & & -3 \end{array}$$

7

解説

(1) $(x+y+1)^2-(x-y)^2=\{(x+y+1)+(x-y)\}\{(x+y+1)-(x-y)\}$

$=(2x+1)(2y+1)$

(2) $(x+1)^2+2(x+1)-8=\{(x+1)+4\}\{(x+1)-2\}$

$=(x+5)(x-1)$

(3) $(x+1)^2-2(x+1)-3=\{(x+1)+1\}\{(x+1)-3\}$

$=(x+2)(x-2)$

(4) $(x^2-2x)^2-4(x^2-2x)+3=\{(x^2-2x)-1\}\{(x^2-2x)-3\}$

$=(x^2-2x-1)(x^2-2x-3)$

$=(x^2-2x-1)(x+1)(x-3)$

(5) $(x^2-6x)^2+(x^2-6x)-56=\{(x^2-6x)+8\}\{(x^2-6x)-7\}$

$=(x^2-6x+8)(x^2-6x-7)$

$=(x-2)(x-4)(x+1)(x-7)$

(6) $(x^2+4x)^2-8(x^2+4x)-48=\{(x^2+4x)+4\}\{(x^2+4x)-12\}$

$=(x^2+4x+4)(x^2+4x-12)$

$=(x+2)^2(x+6)(x-2)$

8

解説

(1) $(x-1)(x-2)-6=(x^2-3x+2)-6=x^2-3x-4$

$=(x+1)(x-4)$

(2) $(x+3)(2x-1)-x(x+7)=(2x^2+5x-3)-x^2-7x$

$=x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$

(3) $(2x-3)^2-(3x-1)(x-2)-1=(4x^2-12x+9)-(3x^2-7x+2)-1$

$=x^2-5x+6=(x-2)(x-3)$

(4) $(a+5)(2a-3)-(a+3)^2-6=(2a^2+7a-15)-(a^2+6a+9)-6$

$=a^2+a-30=(a+6)(a-5)$

9

解説

(1) $\sqrt{3}\times\sqrt{27}=\sqrt{3\times 27}=\sqrt{81}=\sqrt{9^2}=9$

別解　$\sqrt{3}\times\sqrt{27}=\sqrt{3}\times\sqrt{3^2\times 3}=\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}=3\times(\sqrt{3})^2=9$

(2) $2\sqrt{3}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3\times 6}=2\sqrt{3^2\times 2}=6\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{12}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{12}{3}}=\sqrt{4}=2$

別解　$\sqrt{12}\div\sqrt{3}=\sqrt{2^2\times 3}\div\sqrt{3}=2\sqrt{3}\div\sqrt{3}=2$

(4) $\sqrt{2}\div\sqrt{3}\times\sqrt{6}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{2\times 6}{3}}=\sqrt{4}=2$

(5) $3\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{7}{12}}\div 6\sqrt{\frac{15}{8}}=3\sqrt{5}\times\sqrt{\frac{7}{12}}\times\frac{1}{6}\sqrt{\frac{8}{15}}$

$=\frac{3}{6}\sqrt{\frac{5\times 7\times 8}{12\times 15}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{14}{9}}$

$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{14}}{3}=\frac{\sqrt{14}}{6}$

10

解説

(1) $\sqrt{40}=\sqrt{2^2\times 10}=\sqrt{2^2}\sqrt{10}=2\sqrt{10}$

(2) $\sqrt{242}=\sqrt{11^2\times 2}=\sqrt{11^2}\sqrt{2}=11\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{96}=\sqrt{4^2\times 6}=\sqrt{4^2}\sqrt{6}=4\sqrt{6}$

(4) $\sqrt{5000}=\sqrt{50^2\times 2}=\sqrt{50^2}\sqrt{2}=50\sqrt{2}$

(5) $\sqrt{\frac{5}{9}}=\sqrt{\frac{5}{3^2}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3^2}}=\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{1}{3}\sqrt{5}$

(6) $\sqrt{\frac{11}{36}}=\sqrt{\frac{11}{6^2}}=\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{6^2}}=\frac{\sqrt{11}}{6}=\frac{1}{6}\sqrt{11}$

(7) $\sqrt{0.28}=\sqrt{\frac{28}{100}}=\sqrt{\frac{7}{25}}=\sqrt{\frac{7}{5^2}}=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5^2}}=\frac{\sqrt{7}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{7}$

(8) $\sqrt{0.0125}=\sqrt{\frac{125}{10000}}=\sqrt{\frac{5^2\times 5}{100^2}}=\sqrt{\frac{5}{20^2}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20^2}}=\frac{\sqrt{5}}{20}=\frac{1}{20}\sqrt{5}$

11

解説

(1) $5\sqrt{3}=\sqrt{5^2}\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times 3}=\sqrt{75}$

(2) $\frac{\sqrt{14}}{2}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{2^2}}=\sqrt{\frac{14}{2^2}}=\sqrt{\frac{7}{2}}$

(3) $\frac{3\sqrt{5}}{10}=\frac{\sqrt{3^2}\sqrt{5}}{\sqrt{10^2}}=\sqrt{\frac{3^2\times 5}{10^2}}=\sqrt{\frac{9}{20}}$

(4) $\frac{\sqrt{8}\sqrt{15}}{2\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{8}\sqrt{15}}{\sqrt{2^2}\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{8\times 15}}{\sqrt{2^2\times 6}}=\sqrt{\frac{8\times 15}{2^2\times 6}}=\sqrt{5}$

12

解説

(1) $\sqrt{6}\times\sqrt{5}=\sqrt{6\times 5}=\sqrt{30}$

(2) $\sqrt{3}\sqrt{14}=\sqrt{3\times 14}=\sqrt{42}$

(3) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}=\sqrt{\frac{2}{7}}$

(4) $\sqrt{14}\div\sqrt{42}=\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{42}}=\sqrt{\dfrac{14}{42}}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}$

13

解説

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

(3) $\dfrac{10}{7\sqrt{2}}=\dfrac{10\times\sqrt{2}}{7\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{10\sqrt{2}}{7\times2}=\dfrac{5\sqrt{2}}{7}$

(4) $\dfrac{\sqrt{21}}{\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{21}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{126}}{6}=\dfrac{3\sqrt{14}}{6}=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$

(5) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{27}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{9}$

14

解説

(1) $4\sqrt{7}+13\sqrt{7}=(4+13)\sqrt{7}=17\sqrt{7}$

(2) $\sqrt{50}-\sqrt{32}=5\sqrt{2}-4\sqrt{2}=(5-4)\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(3) $\sqrt{32}-\sqrt{72}+3\sqrt{2}=4\sqrt{2}-6\sqrt{2}+3\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(4) $2\sqrt{75}-\sqrt{48}-3\sqrt{3}=10\sqrt{3}-4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

(5) $2\sqrt{5}+3\sqrt{80}-\sqrt{20}-2\sqrt{180}=2\sqrt{5}+12\sqrt{5}-2\sqrt{5}-12\sqrt{5}=0$

(6) $\sqrt{\dfrac{3}{49}}+\dfrac{4\sqrt{3}}{7}=\dfrac{\sqrt{3}}{7}+\dfrac{4\sqrt{3}}{7}=\dfrac{5\sqrt{3}}{7}$

(7) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}+\sqrt{10}\times\dfrac{1}{2\sqrt{5}}=\dfrac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(8) $\sqrt{18}-\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{3}}=3\sqrt{2}-\sqrt{8}=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

(9) $4\sqrt{2}-\sqrt{50}+\dfrac{\sqrt{8}}{2}=4\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{2}}{2}=0$

(10) $3\sqrt{20}-\dfrac{15}{\sqrt{5}}-\sqrt{80}=3\sqrt{20}-\dfrac{15\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}-\sqrt{80}$

$=6\sqrt{5}-3\sqrt{5}-4\sqrt{5}$

$=-\sqrt{5}$

(11) $\dfrac{15\sqrt{2}}{\sqrt{6}}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\dfrac{18}{\sqrt{3}}+\sqrt{18}=\dfrac{15}{\sqrt{3}}-\dfrac{4}{\sqrt{2}}-\dfrac{18}{\sqrt{3}}+3\sqrt{2}$

$=\dfrac{15\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}-\dfrac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}-\dfrac{18\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}+3\sqrt{2}$

$=5\sqrt{3}-2\sqrt{2}-6\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}-\sqrt{3}$

15

解説

(1) $\sqrt{3}(\sqrt{24}-\sqrt{6})=\sqrt{3}(2\sqrt{6}-\sqrt{6})=\sqrt{3}\sqrt{6}=3\sqrt{2}$

(2) $(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-1)=(\sqrt{2})^2+(2-1)\sqrt{2}+2\times(-1)$

$=2+\sqrt{2}-2=\sqrt{2}$

(3) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{3})=(\sqrt{5})^2+(-\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt{5}-\sqrt{2}\sqrt{3}$

$=5-\sqrt{10}+\sqrt{15}-\sqrt{6}$

(4) $(\sqrt{2}+1)^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times1+1^2$

$=2+2\sqrt{2}+1=3+2\sqrt{2}$

(5) $(\sqrt{8}-\sqrt{5})^2=(2\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$

$=(2\sqrt{2})^2-2\times2\sqrt{2}\times\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$

$=8-4\sqrt{10}+5=13-4\sqrt{10}$

(6) $(\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})=3(\sqrt{2})^2+\{1\times\sqrt{3}+(-2\sqrt{3})\times3\}\sqrt{2}+(-2\sqrt{3})\times\sqrt{3}$

$=6-5\sqrt{6}-6=-5\sqrt{6}$

(7) $(\sqrt{3}-3\sqrt{2})(\sqrt{27}-\sqrt{8})$

$=(\sqrt{3}-3\sqrt{2})(3\sqrt{3}-2\sqrt{2})$

$=3(\sqrt{3})^2+\{1\times(-2\sqrt{2})+(-3\sqrt{2})\times3\}\sqrt{3}+(-3\sqrt{2})\times(-2\sqrt{2})$

$=9-11\sqrt{6}+12$

$=21-11\sqrt{6}$

(8) $(\sqrt{7}+\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2})^2$

$=7-2=5$

(9) $\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+2\sqrt{3}=3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{2}$

(10) $(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2+\sqrt{3}(4-\sqrt{3})=(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2+4\sqrt{3}-(\sqrt{3})^2$

$=6-4\sqrt{3}+2+4\sqrt{3}-3=5$

(11) $\sqrt{3}(\sqrt{12}+\sqrt{18})-(2\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$

$=\sqrt{3}(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})-\{(2\sqrt{3})^2+2\times2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2\}$

$=6+3\sqrt{6}-(12+4\sqrt{6}+2)$

$=-8-\sqrt{6}$

16

解説

(1) $(2\sqrt{2}-1)^2-(\sqrt{2}+3)^2=(2\sqrt{2})^2-2\times2\sqrt{2}\times1+1^2-\{(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times3+3^2\}$

$=8-4\sqrt{2}+1-(2+6\sqrt{2}+9)$

$=-2-10\sqrt{2}$

(2) $\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2=\dfrac{(\sqrt{2}+1)^2}{4}-\dfrac{(\sqrt{2}-1)^2}{4}$

$=\dfrac{(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times1+1^2}{4}-\dfrac{(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times1+1^2}{4}$

$=\dfrac{4\sqrt{2}}{4}=\sqrt{2}$

別解 $\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2=\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right)\left(\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}-\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\right)$

$=\sqrt{2}\times1=\sqrt{2}$

(3) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2=(3\sqrt{2})^2+2\times3\sqrt{2}\times2\sqrt{3}+(2\sqrt{3})^2$

$=18+12\sqrt{6}+12=6(5+2\sqrt{6})$

よって　$(5-2\sqrt{6})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})^2=(5-2\sqrt{6})\times6(5+2\sqrt{6})$

$=6\{5^2-(2\sqrt{6})^2\}$

$=6(25-24)=6$

(4) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})^2=\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-\sqrt{5}\}^2$

$=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-2(\sqrt{2}+\sqrt{3})\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2$

$=2+2\sqrt{6}+3-2\sqrt{10}-2\sqrt{15}+5$

$=10+2\sqrt{6}-2\sqrt{10}-2\sqrt{15}$

別解 $(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5})^2$

$=(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{5})^2+2\sqrt{2}\sqrt{3}+2\sqrt{3}\times(-\sqrt{5})+2(-\sqrt{5})\times\sqrt{2}$

$=2+3+5+2\sqrt{6}-2\sqrt{15}-2\sqrt{10}$

$=10+2\sqrt{6}-2\sqrt{10}-2\sqrt{15}$

(5) $(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})(1-\sqrt{2}+\sqrt{3})(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$

$=\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\times\{(1+\sqrt{3})-\sqrt{2}\}\{(1+\sqrt{3})+\sqrt{2}\}$

$=\{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2\}\{(1+\sqrt{3})^2-(\sqrt{2})^2\}$

$=(1+2\sqrt{2}+2-3)(1+2\sqrt{3}+3-2)$

$=2\sqrt{2}(2+2\sqrt{3})=4\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

(6) $\dfrac{1}{12}\{(\sqrt{3}+\sqrt{15}+\sqrt{21})^2-(\sqrt{3}-\sqrt{15}-\sqrt{21})^2\}$

$=\dfrac{1}{12}[\{(\sqrt{3}+\sqrt{15}+\sqrt{21})+(\sqrt{3}-\sqrt{15}-\sqrt{21})\}$

$\times\{(\sqrt{3}+\sqrt{15}+\sqrt{21})-(\sqrt{3}-\sqrt{15}-\sqrt{21})\}]$

$=\dfrac{1}{12}\times2\sqrt{3}\times2(\sqrt{15}+\sqrt{21})$

$=\dfrac{1}{3}(3\sqrt{5}+3\sqrt{7})=\sqrt{5}+\sqrt{7}$

17

解説

(1) $\dfrac{4}{3+\sqrt{5}}=\dfrac{4(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}=\dfrac{4(3-\sqrt{5})}{3^2-(\sqrt{5})^2}$

$=\dfrac{4(3-\sqrt{5})}{9-5}=\dfrac{4(3-\sqrt{5})}{4}=3-\sqrt{5}$

(2) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$

$=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2}=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}$

(3) $\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})^2}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$

$=\dfrac{7+2\sqrt{35}+5}{7-5}=\dfrac{12+2\sqrt{35}}{2}$

$=\dfrac{2(6+\sqrt{35})}{2}=6+\sqrt{35}$

(4) $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{5-2\sqrt{15}+3}{5-3}=\dfrac{8-2\sqrt{15}}{2}$

$=\dfrac{2(4-\sqrt{15})}{2}=4-\sqrt{15}$

(5) $\dfrac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{5}+3}=\dfrac{(\sqrt{5}-1)(2\sqrt{5}-3)}{(2\sqrt{5}+3)(2\sqrt{5}-3)}$

$=\dfrac{2(\sqrt{5})^2+(-3-2)\sqrt{5}+(-1)\times(-3)}{(2\sqrt{5})^2-3^2}$

$=\dfrac{10-5\sqrt{5}+3}{20-9}=\dfrac{13-5\sqrt{5}}{11}$

(6) $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3\sqrt{2}-\sqrt{3}}=\dfrac{(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-\sqrt{3})(3\sqrt{2}+\sqrt{3})}=\dfrac{(3\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$

$=\dfrac{18+6\sqrt{6}+3}{18-3}=\dfrac{21+6\sqrt{6}}{15}$

$=\dfrac{3(7+2\sqrt{6})}{15}=\dfrac{7+2\sqrt{6}}{5}$

18

解説

(1) y は x^2 に比例するから，a を定数として，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=-3$ のとき $y=54$ であるから　　$54=a\times(-3)^2$

よって　　$a=6$　　　したがって　　$y=6x^2$

(2) y は x^2 に比例するから，a を定数として，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=4$ のとき $y=6$ を代入すると　　$6=a\times4^2$

よって　　$a=\dfrac{3}{8}$　　　したがって　　$y=\dfrac{3}{8}x^2$

(3) y は x^2 に比例するから，a を定数として，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=\sqrt{5}$ のとき $y=-2$ であるから　　$-2=a\times(\sqrt{5})^2$

よって　　$a=-\dfrac{2}{5}$　　　したがって　　$y=-\dfrac{2}{5}x^2$

$x=\dfrac{5}{2}$ のとき　　$y=-\dfrac{2}{5}\times\left(\dfrac{5}{2}\right)^2=-\dfrac{5}{2}$

(4)　y は x^2 に比例するから，a を定数として，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=-2$ のとき $y=-28$ であるから　　$-28=a\times(-2)^2$

よって　　$a=-7$　　　したがって　　$y=-7x^2$

$y=-63$ とすると　　$-63=-7x^2$

よって　$x^2=9$　　　これを解くと　$x=\pm3$

19

解説

(1)　y は x^2 に比例するから，a を定数として，$y=ax^2$ と表すことができる。

$x=10$ のとき $y=5$ であるから　　$5=a\times10^2$

よって　　$a=\dfrac{1}{20}$　　　したがって　　$y=\dfrac{1}{20}x^2$

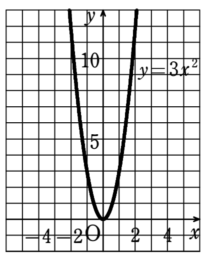
(2)　$y=\dfrac{1}{20}x^2$ に $x=30$ を代入すると　　$y=\dfrac{1}{20}\times30^2=45$

答　45 m

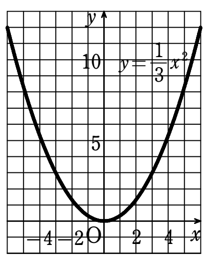
20

解説

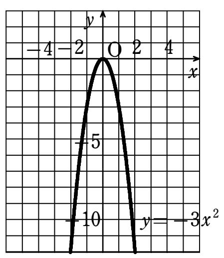
(1)



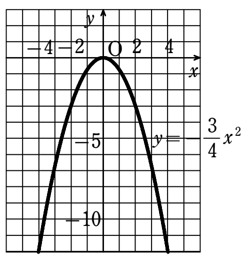
(2)



(3)



(4)



21

解説

(1)　求める式は $y=ax^2$ とおくことができる。

①　グラフが点 $(-5,\ 10)$ を通るから，$y=ax^2$ に $x=-5$，$y=10$ を代入すると

$10=a\times(-5)^2$

よって　　$a=\dfrac{2}{5}$

したがって　$y=\dfrac{2}{5}x^2$

②　グラフが点 $(2,\ 4)$ を通るから，$y=ax^2$ に $x=2$，$y=4$ を代入すると

$4=a\times2^2$

よって　　$a=1$

したがって　$y=x^2$

③　グラフが点 $(3,\ -3)$ を通るから，$y=ax^2$ に $x=3$，$y=-3$ を代入すると

$-3=a\times3^2$

よって　　$a=-\dfrac{1}{3}$

したがって　$y=-\dfrac{1}{3}x^2$

(2)　$y=\dfrac{2}{5}x^2$ に $x=-6$ を代入すると　　$y=\dfrac{2}{5}\times(-6)^2=\dfrac{72}{5}$

(3)　$y=x^2$ に $x=3$ を代入すると　　　$y=3^2=9$

(4)　$y=-\dfrac{1}{3}x^2$ に $x=5$ を代入すると　　$y=-\dfrac{1}{3}\times5^2=-\dfrac{25}{3}$

22

解説

P の座標を $(p,\ 0)$ とすると，

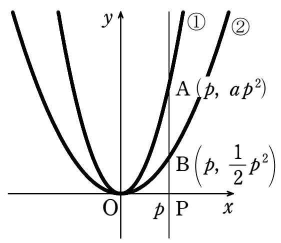
A の座標は　$(p,\ ap^2)$

B の座標は　$\left(p,\ \dfrac{1}{2}p^2\right)$

したがって

$\mathrm{AB}=ap^2-\dfrac{1}{2}p^2=\left(a-\dfrac{1}{2}\right)p^2$

$\mathrm{BP}=\dfrac{1}{2}p^2$



よって，AB＝2BP から　　$\left(a-\dfrac{1}{2}\right)p^2=2\times\dfrac{1}{2}p^2$

$p\neq0$ であるから　　$a-\dfrac{1}{2}=1$

よって　　$a=\dfrac{3}{2}$

23

解説

(1)　$x=-3$ のとき　$y=18$，　$x=2$ のとき　$y=8$

$y=2x^2$ $(-3\leqq x\leqq2)$ のグラフは，図 (1) のようになる。

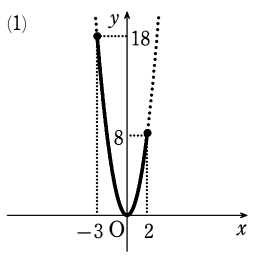
よって，求める値域は　　$0\leqq y\leqq18$

(2)　$x=-2$ のとき　$y=-8$，　$x=3$ のとき　$y=-18$

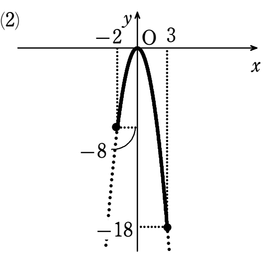
$y=-2x^2$ $(-2\leqq x\leqq3)$ のグラフは，図 (2) のようになる。

よって，求める値域は　　$-18\leqq y\leqq0$

(1)



(2)



(3)　$x=-1$ のとき　$y=\dfrac{1}{4}$，　$x=\dfrac{8}{3}$ のとき　$y=\dfrac{16}{9}$

$y=\dfrac{1}{4}x^2$ $\left(-1\leqq x\leqq\dfrac{8}{3}\right)$ のグラフは，図 (3) のようになる。

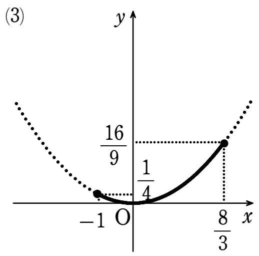
よって，求める値域は　　$0\leqq y\leqq\dfrac{16}{9}$

(4)　$x=-3$ のとき　$y=-3$，　$x=-1$ のとき　$y=-\dfrac{1}{3}$

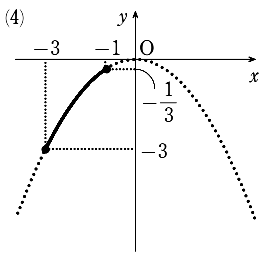
$y=-\dfrac{1}{3}x^2$ $(-3\leqq x\leqq-1)$ のグラフは，図 (4) のようになる。

よって，求める値域は　　$-3\leqq y\leqq-\dfrac{1}{3}$

(3)



(4)



24

解説

(1)　y の値の範囲が 0 以上であるから

$a>0$

$y=ax^2$ について

$x=-2$ のとき　$y=4a$

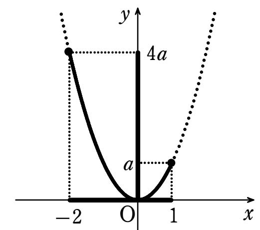
$x=1$　のとき　$y=a$

グラフから，値域は　$0\leqq y\leqq4a$

これが $0\leqq y\leqq8$ と等しいから

$4a=8$

よって　　$a=2$



(2)　y の値の範囲が 0 以下であるから

$a<0$

$y=ax^2$ について

$x=-3$ のとき　$y=9a$

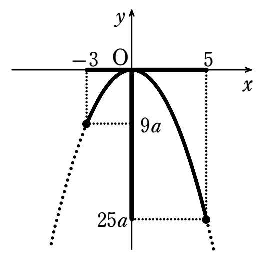
$x=5$　のとき　$y=25a$

グラフから，値域は　$25a\leqq y\leqq0$

これが $-10\leqq y\leqq0$ と等しいから

$25a=-10$

よって　　$a=-\dfrac{2}{5}$



25

解説

(1)　$y=-4x^2$ について

$x=a$ のとき　$y=-4a^2$

$x=2$ のとき　$y=-16$

$-16\neq-36$ であるから，$a<-2$ で $x=a$ のとき

$y=-36$ となる。

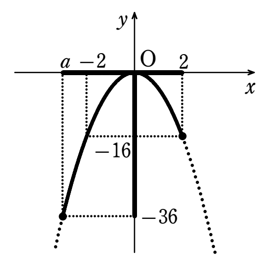
よって　　$-4a^2=-36$

したがって　　$a^2=9$

$a<-2$ であるから　$a=-3$

また，グラフから　$b=0$

答　$a=-3$，$b=0$



(2)　関数 $y=ax^2$ の値域は，$a>0$ のとき 0 以上，$a<0$ のとき 0 以下となり，正と負に

またがることはない。

この関数の値域は $b\leqq y\leqq 48$ であるから　$a>0$

$y=ax^2$ について

$x=-3$ のとき　$y=9a$

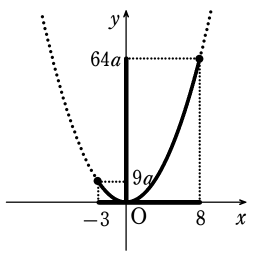
$x=8$　のとき　$y=64a$

グラフから，値域は　$0\leqq y\leqq 64a$

これが $b\leqq y\leqq 48$ と等しいから

$0=b$，$64a=48$

よって　$a=\dfrac{3}{4}$，$b=0$



26

解説

(1)　$y=3x^2$ について　$x=-4$ のとき　$y=48$

$x=2$　のとき　$y=12$

グラフから，$y=3x^2$ $(-4\leqq x\leqq 2)$ の値域は　$0\leqq y\leqq 48$

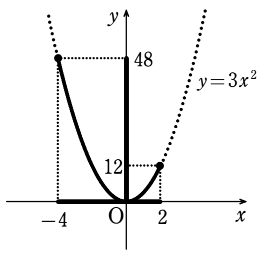
$a<0$ であるから，$y=ax+b$ のグラフは右下がりの直線で

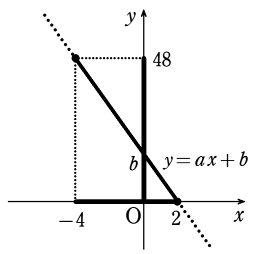
$x=-4$ のとき　$y=-4a+b$

$x=2$　のとき　$y=2a+b$

よって，条件から　$-4a+b=48$，$2a+b=0$

これを解いて　$a=-8$，$b=16$





(2)　$y=6x+b$ のグラフは右上がりの直線で

$x=-\dfrac{4}{3}$ のとき　$y=-8+b$

$x=4$　のとき　$y=24+b$

よって，$y=6x+b$ $\left(-\dfrac{4}{3}\leqq x\leqq 4\right)$ の値域は　$-8+b\leqq y\leqq 24+b$

$y=ax^2$ について

$x=-\dfrac{4}{3}$ のとき　$y=\dfrac{16}{9}a$

$x=4$　のとき　$y=16a$

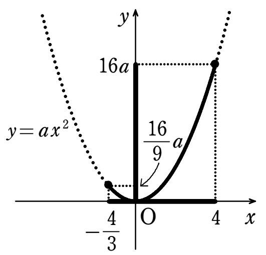
$a>0$ であるから，$y=ax^2$ $\left(-\dfrac{4}{3}\leqq x\leqq 4\right)$ の

値域は　$0\leqq y\leqq 16a$

よって，条件から

$-8+b=0$，$24+b=16a$

これを解いて　$a=2$，$b=8$



27

解説

(1)　点 A の x 座標は 3 であるから，y 座標は

$y=-\dfrac{1}{3}\times 3^2=-3$

(2)　点 B の x 座標は 3 であるから，y 座標は

$y=a\times 3^2=9a$

よって　AB$=9a-(-3)=9a+3$

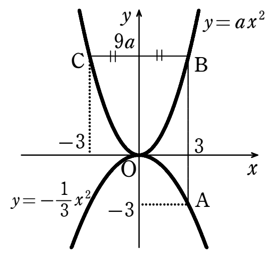
また，B と C は y 軸について対称であるから，点 C の x 座標は -3 である。

よって　BC$=3-(-3)=6$

AB：BC$=3:2$ のとき　$(9a+3):6=3:2$

したがって　$2(9a+3)=18$

これを解いて　$a=\dfrac{2}{3}$



28

解説

①　$x=3$ のとき　$y=\dfrac{2}{3}\times 3^2=6$

$x=6$ のとき　$y=\dfrac{2}{3}\times 6^2=24$

よって，変化の割合は　$\dfrac{24-6}{6-3}=\dfrac{18}{3}=6$

②　$x=-2$ のとき　$y=\dfrac{2}{3}\times(-2)^2=\dfrac{8}{3}$

$x=4$　のとき　$y=\dfrac{2}{3}\times 4^2=\dfrac{32}{3}$

よって，変化の割合は　$\dfrac{\frac{32}{3}-\frac{8}{3}}{4-(-2)}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$

③　$x=-3$ のとき　$y=\dfrac{2}{3}\times(-3)^2=6$

$x=3$　のとき　$y=6$

よって，変化の割合は　$\dfrac{6-6}{3-(-3)}=0$

29

解説

(1)　$x=-3$ のとき　$y=-2\times(-3)^2=-18$

$x=k$　のとき　$y=-2k^2$

よって，x の値が -3 から k まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{-2k^2-(-18)}{k-(-3)}=\frac{-2(k^2-9)}{k+3}=\frac{-2(k+3)(k-3)}{k+3}$$
$$=-2(k-3)$$

これが -4 に等しいから　$-2(k-3)=-4$

これを解いて　$k=5$

これは $k>-3$ を満たす。　答　$k=5$

(2)　$x=1$ のとき　$y=a\times 1^2=a$

$x=4$ のとき　$y=a\times 4^2=16a$

よって，x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{16a-a}{4-1}=\frac{15a}{3}=5a$$

これが 3 に等しいから　$5a=3$

これを解いて　$a=\dfrac{3}{5}$

(3)　$x=p-2$ のとき　$y=6(p-2)^2$

$x=p+4$ のとき　$y=6(p+4)^2$

よって，x の値が $p-2$ から $p+4$ まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{6(p+4)^2-6(p-2)^2}{(p+4)-(p-2)}=\frac{6\{(p+4)^2-(p-2)^2\}}{6}$$
$$=(p^2+8p+16)-(p^2-4p+4)$$
$$=12p+12$$

これが 36 に等しいから　$12p+12=36$

これを解いて　$p=2$

30

解説

(1)　$y=ax^2$ について

$x=-3$ のとき　$y=a\times(-3)^2=9a$

$x=1$　のとき　$y=a\times 1^2=a$

よって，x の値が -3 から 1 まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{a-9a}{1-(-3)}=\frac{-8a}{4}=-2a$$

$y=-3x+2$ の変化の割合は，常に -3 である。

したがって　$-2a=-3$

よって　$a=\dfrac{3}{2}$

(2)　$y=-3x^2$ について

$x=2$ のとき　$y=-3\times 2^2=-12$

$x=5$ のとき　$y=-3\times 5^2=-75$

よって，x の値が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{-75-(-12)}{5-2}=\frac{-63}{3}=-21$$

$y=ax+4$ の変化の割合は，常に a である。

したがって　$a=-21$

(3)　$y=4x^2$ について

$x=p-2$ のとき　$y=4(p-2)^2$

$x=p+2$ のとき　$y=4(p+2)^2$

よって，x の値が $p-2$ から $p+2$ まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{4(p+2)^2-4(p-2)^2}{(p+2)-(p-2)}=\frac{32p}{4}=8p$$

$y=3x-1$ の変化の割合は，常に 3 である。

したがって　$8p=3$

よって　$p=\dfrac{3}{8}$

31

解説

(1)　$x=-\sqrt{3}$ のとき　$y=\sqrt{5}\times(-\sqrt{3})^2=3\sqrt{5}$

$x=k$　のとき　$y=\sqrt{5}k^2$

よって，x の値が $-\sqrt{3}$ から k まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{\sqrt{5}k^2-3\sqrt{5}}{k-(-\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{5}(k^2-3)}{k+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{5}(k+\sqrt{3})(k-\sqrt{3})}{k+\sqrt{3}}$$
$$=\sqrt{5}(k-\sqrt{3})$$

これが $2\sqrt{10}$ に等しいから　$\sqrt{5}(k-\sqrt{3})=2\sqrt{10}$

したがって　$k-\sqrt{3}=2\sqrt{2}$

よって　$k=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

これは $k>-\sqrt{3}$ を満たす。　答　$k=2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

(2)　$x=\dfrac{1}{3}$ のとき　$y=a\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{1}{9}a$

$x=\dfrac{1}{2}$ のとき　$y=a\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}a$

よって，x の値が $\frac{1}{3}$ から $\frac{1}{2}$ まで増加するときの変化の割合は

$$\frac{\frac{1}{4}a-\frac{1}{9}a}{\frac{1}{2}-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{5}{36}a}{\frac{1}{6}}=\frac{5}{36}a\times6=\frac{5}{6}a$$

これが $\frac{3}{2}$ に等しいから　$\frac{5}{6}a=\frac{3}{2}$

これを解いて　$a=\frac{9}{5}$

32

解説

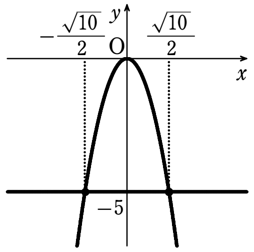
(1) 共有点は2つあり，その y 座標はともに -5 である。

共有点の x 座標は，$-2x^2=-5$ を解いて

$$x=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$$

よって，共有点の座標は

$$\left(-\frac{\sqrt{10}}{2},\ -5\right),\ \left(\frac{\sqrt{10}}{2},\ -5\right)$$

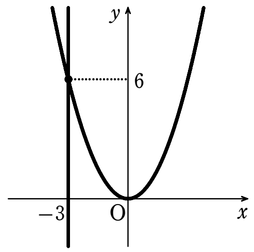


(2) 共有点の x 座標は -3 である。

共有点の y 座標は

$$y=\frac{2}{3}\times(-3)^2=6$$

よって，共有点の座標は　$(-3,\ 6)$



33

解説

(1) $\begin{cases} y=x^2 & \cdots\cdots① \\ y=x+6 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①，② から y を消去すると

$x^2=x+6$

$x^2-x-6=0$

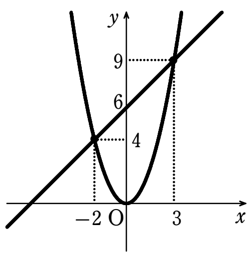
$(x+2)(x-3)=0$

よって　$x=-2,\ 3$

② から，$x=-2$ のとき　$y=4$

$x=3$　のとき　$y=9$

したがって，共有点の座標は　$(-2,\ 4)$，$(3,\ 9)$



(2) $\begin{cases} y=2x^2 & \cdots\cdots① \\ y=-x+3 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①，② から y を消去すると

$2x^2=-x+3$

$2x^2+x-3=0$

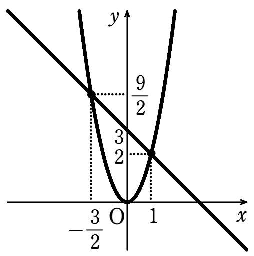
$(x-1)(2x+3)=0$

よって　$x=1,\ -\frac{3}{2}$

② から，$x=1$ のとき　$y=2$

$x=-\frac{3}{2}$ のとき　$y=\frac{9}{2}$

したがって，共有点の座標は　$(1,\ 2)$，$\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$



(3) $\begin{cases} y=-2x^2 & \cdots\cdots① \\ y=-4x-8 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①，② から y を消去すると

$-2x^2=-4x-8$

$-2x^2+4x+8=0$

$x^2-2x-4=0$

これを解くと　$x=1\pm\sqrt{5}$

② から，$x=1+\sqrt{5}$ のとき

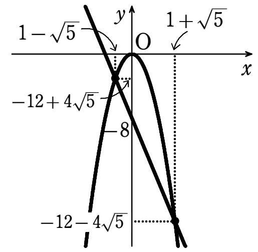
$y=-4(1+\sqrt{5})-8=-12-4\sqrt{5}$

$x=1-\sqrt{5}$ のとき

$y=-4(1-\sqrt{5})-8=-12+4\sqrt{5}$

したがって，共有点の座標は

$(1+\sqrt{5},\ -12-4\sqrt{5})$，$(1-\sqrt{5},\ -12+4\sqrt{5})$



(4) $\begin{cases} y=4x^2 & \cdots\cdots① \\ y=4x-1 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①，② から y を消去すると

$4x^2=4x-1$

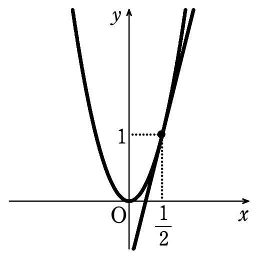
$4x^2-4x+1=0$

$(2x-1)^2=0$

よって　$x=\frac{1}{2}$

② から，$x=\frac{1}{2}$ のとき　$y=1$

したがって，共有点の座標は　$\left(\frac{1}{2},\ 1\right)$



34

解説

放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=-x+4$ の共有点の x 座標は，2次方程式 $\frac{1}{2}x^2=-x+4$ の解である。

これを解くと　$x^2+2x-8=0$

$(x+4)(x-2)=0$

よって　$x=-4,\ 2$

$x=-4$ のとき　$y=8$，　$x=2$ のとき　$y=2$

したがって，A の座標は $(-4,\ 8)$，B の座標は $(2,\ 2)$

また，直線 $y=-x+4$ の y 切片は 4 であるから，C の座標は $(0,\ 4)$

D の x 座標は，$0=-x+4$ を解いて　$x=4$

よって，D の座標は　$(4,\ 0)$

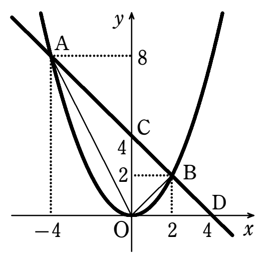
(1) $\triangle ODC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

(2) $\triangle OAC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

(3) $\triangle OBC=\frac{1}{2}\times4\times2=4$ であるから

$\triangle OAB=\triangle OAC+\triangle OBC$

$=8+4=12$



35

解説

(1) 放物線 $y=ax^2$ は点 A $(-1,\ 2)$ を通るから　$2=a\times(-1)^2$

よって　$a=2$

(2) $y=2x^2$ について

$x=2$ のとき　$y=2\times2^2=8$

よって，点 B の座標は　$(2,\ 8)$

直線 AB の式を $y=px+q$ とおくと

$2=-p+q,\ 8=2p+q$

これを解くと　$p=2,\ q=4$

したがって，直線 AB の式は　$y=2x+4$

(3) 直線 AB と y 軸の交点を D とする。

直線 AB の y 切片は 4 であるから，点 D の座標は

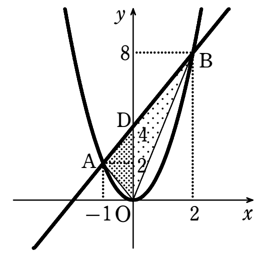
$(0,\ 4)$

したがって

$\triangle OAB=\triangle OAD+\triangle OBD$

$=\frac{1}{2}\times4\times1+\frac{1}{2}\times4\times2$

$=2+4=6$



(4) 点 $(2,\ 0)$ を E とする。

直線 AE の式を $y=mx+n$ とおくと

$2=-m+n$，

$0=2m+n$

これを解くと　$m=-\frac{2}{3},\ n=\frac{4}{3}$

よって，直線 AE の式は

$y=-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$

また，直線 OB の式は　$y=4x$

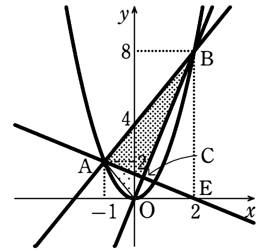
この2直線の交点 C の x 座標は，$-\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}=4x$ を解いて　$x=\frac{2}{7}$

$\triangle OAC$ と $\triangle ABC$ は，底辺をそれぞれ OC，CB とみると，高さが等しいから

$\triangle OAC:\triangle ABC=OC:CB$

$OC:OB=\frac{2}{7}:2=1:7$ であるから　$OC:CB=1:6$

よって　$\triangle OAC:\triangle ABC=1:6$



36

解説

(1) 放物線 $y=ax^2$ は点 A $(-2,\ 8)$ を通るから　$8=a\times(-2)^2$

よって　$a=2$

(2) $y=2x^2$ について

$x=1$ のとき　$y=2\times1^2=2$

よって，点 B の座標は　$(1,\ 2)$

直線 ℓ の式を $y=mx+n$ とおくと，ℓ は2点 A，B を通るから

$8=-2m+n,\ 2=m+n$

これを解くと　$m=-2,\ n=4$

したがって，直線 ℓ の式は　$y=-2x+4$

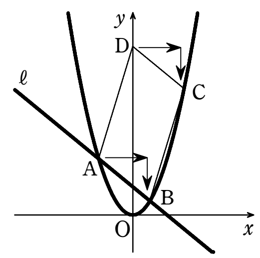
(3) 平行四辺形 ABCD においては，点 A から点 B への移動と，点 D から点 C への移動は，同じ移動である。

点 A から点 B への移動は，右に 3，下に 6 の移動である。

点 D の x 座標は 0 であるから，点 C の x 座標は 3 になる。

よって，点 C の y 座標は　$2\times3^2=18$

答 $(3,\ 18)$



(4) 点 D の y 座標は，点 C の y 座標より 6 だけ大きいから

$18+6=24$

よって，点 D の座標は　$(0,\ 24)$

37

解説

(1) 三平方の定理により　$(\sqrt{5})^2+x^2=3^2$

よって　$x^2=4$

$x>0$ であるから　$x=2$

(2)　三平方の定理により　$(2\sqrt{3})^2+4^2=x^2$

よって　$x^2=28$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

38

解説

(1)　直角三角形 ABD において，三平方の定理により　$1^2+AB^2=5^2$

よって　$AB^2=24$　……①

直角三角形 ABC において，三平方の定理により　$(1+4)^2+AB^2=x^2$

これと ① から　$25+24=x^2$

よって　$x^2=49$

$x>0$ であるから　$x=7$

(2)　直角三角形 ACD において，三平方の定理により　$AD^2+8^2=10^2$

よって　$AD^2=36$　……①

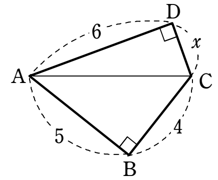
直角三角形 ABD において，三平方の定理により　$AD^2+4^2=x^2$

これと ① から　$36+16=x^2$

よって　$x^2=52$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$

(3)　2 点 A，C を結ぶ。



直角三角形 ABC において，三平方の定理により

$5^2+4^2=AC^2$

よって　$AC^2=41$　……①

直角三角形 ADC において，三平方の定理により

$6^2+x^2=AC^2$

これと ① から　$36+x^2=41$

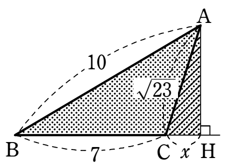
よって　$x^2=5$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{5}$

39

解説

$CH=x$ cm とすると，$BH=(7+x)$ cm である。



直角三角形 ACH において，三平方の定理により

$x^2+AH^2=(\sqrt{23})^2$

よって　$AH^2=23-x^2$　……①

直角三角形 ABH において，三平方の定理により

$(7+x)^2+AH^2=10^2$

よって　$AH^2=100-(7+x)^2$　……②

①，② から　$23-x^2=100-(7+x)^2$

よって　$14x=28$

したがって　$x=2$

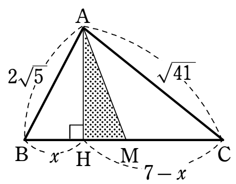
① に代入して　$AH^2=23-2^2=19$

$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{19}$ cm

40

解説

(1)　$BH=x$ cm とおくと，$CH=(7-x)$ cm である。



直角三角形 ABH において，三平方の定理により

$x^2+AH^2=(2\sqrt{5})^2$

よって　$AH^2=20-x^2$　……①

直角三角形 ACH において，三平方の定理により

$(7-x)^2+AH^2=(\sqrt{41})^2$

よって　$AH^2=41-(7-x)^2$　……②

①，② から　$20-x^2=41-(7-x)^2$

よって　$14x=28$

したがって　$x=2$

① に代入して　$AH^2=20-2^2=16$

$AH>0$ であるから　$AH=4$ cm

(2)　(1) より，$BH=2$ であるから　$MH=BM-BH=\frac{7}{2}-2=\frac{3}{2}$

直角三角形 AMH において，三平方の定理により　$\left(\frac{3}{2}\right)^2+4^2=AM^2$

よって　$AM^2=\frac{73}{4}$

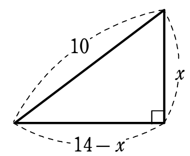
$AM>0$ であるから　$AM=\sqrt{\frac{73}{4}}=\frac{\sqrt{73}}{2}$ (cm)

41

解説

直角をはさむ 2 辺のうち，1 辺の長さを x cm とする。

条件から，もう 1 辺の長さは　$24-(10+x)=14-x$



三平方の定理より

$x^2+(14-x)^2=10^2$

よって　$x^2-14x+48=0$

したがって　$(x-6)(x-8)=0$

これを解くと　$x=6,\ 8$

$x=6$ のとき　$14-x=14-6=8$

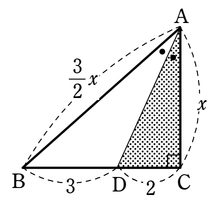
$x=8$ のとき　$14-x=14-8=6$

したがって，直角三角形の 3 辺の長さは　6 cm，8 cm，10 cm

42

解説

線分 AD は，∠A の二等分線であるから



$AB:AC=BD:DC=3:2$

よって，$AC=x$ cm とおくと，$AB=\frac{3}{2}x$ cm である。

直角三角形 ABC において，三平方の定理により

$x^2+(3+2)^2=\left(\frac{3}{2}x\right)^2$

よって　$x^2=20$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

直角三角形 ADC において，三平方の定理により

$(2\sqrt{5})^2+2^2=AD^2$

よって　$AD^2=24$

$AD>0$ であるから　$AD=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm)

43

解説

①　$9^2+12^2=225$，　$17^2=289$

②　$5^2+6^2=61$，　$7^2=49$

③　$20^2+21^2=841$，　$29^2=841$

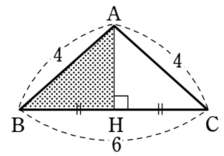
すなわち　$20^2+21^2=29^2$

よって，直角三角形であるものは　③

44

解説

(1)　三角形の頂点を，右の図のように A，B，C とし，



頂点 A から辺 BC へ垂線 AH を引く。

△ABC は二等辺三角形であるから

$BH=3$

直角三角形 ABH において，三平方の定理により

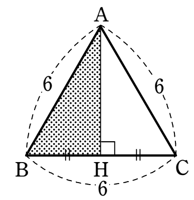
$AH^2+3^2=4^2$

よって　$AH^2=7$

$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{7}$

よって，三角形の面積は　$\frac{1}{2}\times6\times AH=3\sqrt{7}$ (cm^2)

(2)　三角形の頂点を，右の図のように A，B，C とし，



頂点 A から辺 BC へ垂線 AH を引く。

△ABC は正三角形であるから

$BH=3$

直角三角形 ABH において，三平方の定理により

$AH^2+3^2=6^2$

よって　$AH^2=27$

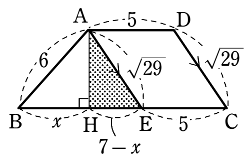
$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

よって，三角形の面積は　$\frac{1}{2}\times6\times AH=9\sqrt{3}$ (cm^2)

45

解説

頂点 A から辺 BC へ垂線 AH を引く。



また，頂点 A を通り，辺 DC に平行な直線と辺 BC の交点を E とすると，四角形 AECD は平行四辺形である。

よって　$BE=12-5=7$

$BH=x$ cm とおくと　$HE=BE-BH=7-x$

直角三角形 ABH において　$x^2+AH^2=6^2$

よって　$AH^2=36-x^2$　……①

直角三角形 AEH において　$(7-x)^2+AH^2=(\sqrt{29})^2$

よって　$AH^2=29-(7-x)^2$　……②

①，② から　$36-x^2=29-(7-x)^2$

よって　$14x=56$

したがって　$x=4$

① に代入して　$AH^2=36-4^2=20$

$AH>0$ であるから　$AH=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

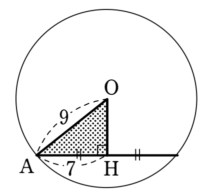
よって，台形 ABCD の面積は

$(5+12)\times AH\div2=17\times2\sqrt{5}\div2=17\sqrt{5}$ (cm^2)

46

解説

円の中心 O から弦に垂線 OH を引く。



弦の一方の端点を A とする。

H は弦の中点であるから　$AH=\frac{14}{2}=7$

直角三角形 OAH において　$OH^2+7^2=9^2$

よって　$OH^2=32$

$OH>0$ であるから　$OH=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (cm)

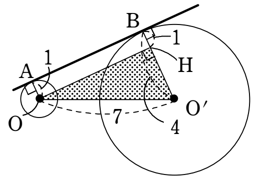
$\boxed{47}$

解説

O から線分 O′B に垂線 OH を引くと，四角形 AOHB は長方形であるから

AO＝BH ……①

AB＝OH ……②



① から　O′H＝BO′－BH＝4－1＝3

直角三角形 OO′H において　$3^2+OH^2=7^2$

よって　$OH^2=40$

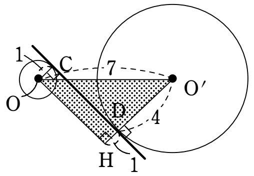
OH＞0 であるから　$OH=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

② から　$AB=OH=2\sqrt{10}$ (cm)

O から線分 O′D の延長に垂線 OH′ を引くと，四角形 OH′DC は長方形であるから

CO＝DH′ ……③

CD＝OH′ ……④



③ から　O′H′＝O′D＋DH′＝4＋1＝5

直角三角形 OO′H′ において　$5^2+OH'^2=7^2$

よって　$OH'^2=24$

OH′＞0 であるから　$OH'=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

④ から　$CD=OH'=2\sqrt{6}$ (cm)