

1

箱の中に、1から9までの番号を1つずつ書いた9枚のカードが入っている。ただし、異なるカードには異なる番号が書かれているものとする。この箱から2枚のカードを同時に選び、小さいほうの数を  $X$  とする。これらのカードを箱に戻して、再び2枚のカードを同時に選び、小さいほうの数を  $Y$  とする。 $X=Y$  である確率を求めよ。

2

定積分  $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1)\sqrt{1-2x^2} dx$  を求めよ。

3

$x, y$  は  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ ,  $-\frac{\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}$  の範囲にある 0 でない実数で、次の等式

$$\sin^3 x + \sin^3 y = \frac{3\sqrt{15}}{32}, \quad \frac{\sin y}{\sin x} + \frac{\sin x}{\sin y} = 3$$

を満たすとする。このとき、 $x+y$  の値を求めよ。

4

$xyz$  空間で、原点  $O$  を中心とする半径  $\sqrt{6}$  の球面  $S$  と 3 点  $(4, 0, 0)$ ,  $(0, 4, 0)$ ,  $(0, 0, 4)$  を通る平面  $\alpha$  が共有点をもつことを示し、点  $(x, y, z)$  がその共有点全体の集合を動くとき、積  $xyz$  がとりうる値の範囲を求めよ。