$\boxed{1}$

a を正の実数とし，$f(x)=-a^2x^2+4ax$ とする。

(1)　$0 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最大値を求めよ。

(2)　2 点 A$(2,\ 3)$，B$(3,\ 3)$ を端点とする線分を ℓ とする。曲線 $y=f(x)$ と線分 ℓ (端点を含む) が共有点をもつような a の値の範囲を求め，数直線上に図示せよ。

$\boxed{2}$

(1)　A，B の 2 人がそれぞれ，「石」，「はさみ」，「紙」の 3 種類の「手」から無作為に 1 つを選んで，双方の「手」によって勝敗を決める。「石」は「はさみ」に勝ち「紙」に負け，「はさみ」は「紙」に勝ち「石」に負け，「紙」は「石」に勝ち「はさみ」に負け，同じ「手」どうしは引き分けとする。A が B に勝つ確率と引き分ける確率を求めよ。

(2)　上の 3 種類の「手」の勝敗規則を保ちつつ，これらに加えて，4 種類目の「手」として「水」を加える。「水」は「石」と「はさみ」には勝つが「紙」には負け，同じ「手」どうしは引き分けとする。A，B がともに 4 種類の「手」から無作為に 1 つ選ぶとするとき，A が勝つ確率と引き分けの確率を求めよ。

(3)　上の 4 種類の「手」の勝敗規則を保ちつつ，これらに加え，さらに第 5 の「手」として「土」を加える。B が 5 種類の「手」から無作為に 1 つを選ぶとき，A の勝つ確率が A の選ぶ「手」によらないようにするためには，「土」と「石」「はさみ」「紙」「水」との勝敗規則をそれぞれどのように定めればよいか。ただし，同じ「手」どうしの場合，しかもその場合にのみ引き分けとする。

$\boxed{3}$

(1)　xy 平面において，O$(0,\ 0)$，A$\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$とする。このとき，

$$(\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}})^2+\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-(\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}})\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2 \leqq 1$$

を満たす点 P 全体のなす図形の面積を求めよ。

(2)　xyz 空間において， O$(0,\ 0,\ 0)$，A$\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}},\ \dfrac{1}{\sqrt{3}},\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$とする。このとき，

$$(\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}})^2+\left|\overrightarrow{\mathrm{OP}}-(\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}})\overrightarrow{\mathrm{OA}}\right|^2 \leqq 1$$

を満たす点 P 全体のなす図形の体積を求めよ。