

1

次の定積分を求めよ。

$$\int_1^4 \sqrt{x} \log(x^2) dx$$

2

次の関数 $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

$$f(x) = e^{-x^2} + \frac{1}{4}x^2 + 1 + \frac{1}{e^{-x^2} + \frac{1}{4}x^2 + 1} \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

ただし、 e は自然対数の底であり、その値は $e = 2.71\cdots$ である。

3

 n を 2 以上の自然数とする。(1) $0 \leq x \leq 1$ のとき、次の不等式が成り立つことを示せ。

$$\frac{1}{2}x^n \leq (-1)^n \left\{ \frac{1}{x+1} - 1 - \sum_{k=2}^n (-x)^{k-1} \right\} \leq x^n - \frac{1}{2}x^{n+1}$$

(2) $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k}$ とするとき、次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n n(a_n - \log 2)$$

4

媒介変数表示 $x = \sin t$, $y = \cos\left(t - \frac{\pi}{6}\right) \sin t$ ($0 \leq t \leq \pi$) で表される曲線を C とする。(1) $\frac{dx}{dt} = 0$ または $\frac{dy}{dt} = 0$ となる t の値を求めよ。(2) C の概形を xy 平面上にかけ。(3) C の $y \leq 0$ の部分と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。