

1

次の式を展開しなさい。

- (1) $(5a+3b)(5a-3b)-(2a-7b)^2-(a-4b)(a+2b)$ (2) $(2a-b-c)^2$
 (3) $(2a-3b+c)(2a+3b-c)$ (4) $(4a+3b)^2(4a-3b)^2$
 (5) $(x-2)(x-3)(x+4)(x+5)$

2

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $4a^2-49b^2$ (2) $9x^2+42x+49$ (3) $x^2-9x+18$
 (4) $a(b-c)-b+c$ (5) $3a^2b-6ab-9b$ (6) $36a^2-4$
 (7) $2(x-1)^2-11(x-1)+15$ (8) x^2-y^2+4y-4
 (9) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$ (10) $(a^2+b^2-c^2)^2-4a^2b^2$

3

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $a^2-2ab+b^2-6a+6b$ (2) $16a^4-625b^4$ (3) $9x(x-2)-4y(y-3)$
 (4) $ac+bc+2a+2b-3c-6$ (5) x^2-y^2-x+y (6) $1-x^2-2xy-y^2$
 (7) x^4-13x^2-48 (8) x^4+3x^2+4

4

次の値を求めよ。(ウ)は $\sqrt{\quad}$ がつかない形にせよ。

- (ア) $\sqrt{(-5)^2}$ (イ) $\sqrt{(-8)(-2)}$ (ウ) $\sqrt{a^2b^2}$ ($a>0, b<0$)

5

次の計算をしなさい。ただし、分母を有理化して答えなさい。

- (1) $\sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{80} \div \sqrt{90}$ (2) $\frac{\sqrt{45}-\sqrt{27}}{\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}$

(3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{5}-\sqrt{15}}{\sqrt{20}}$ (4) $\frac{\sqrt{5}(\sqrt{10}+3)}{5} - \frac{3+\sqrt{20}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

(5) $(3+2\sqrt{2})(3-2\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{12}}(1-\sqrt{3})^2$ (6) $(\sqrt{2}+2\sqrt{3})(\sqrt{12}-\sqrt{2}) - \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-2\right)^2$

6

$\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ の整数の部分を a ，小数の部分を b とする。

- (1) a, b の値を求めよ。 (2) $a+2b+b^2+1$ の値を求めよ。

7

$x = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ のとき，次の式の値を求めよ。

- (1) $x+y, xy$ (2) x^2-xy+y^2

8

次の問いに答えなさい。

- (1) $\sqrt{k}$ の整数部分が10となるような整数 k の個数を求めなさい。
 (2) $-3 < -\sqrt{\frac{k}{2}} < -\frac{8}{3}$ を満たすような自然数 k を，すべて求めなさい。
 (3) $\sqrt{168-12n}$ が自然数となるような自然数 n を，すべて求めなさい。

9

次の2次方程式を $(x+m)^2=n$ の形に変形して解きなさい。

- (1) $x^2+6x+2=0$ (2) $x^2-5x+5=0$

10

次の2次方程式を解け。

- (1) $8x^2 - 14x + 3 = 0$ (2) $(3x - 4)^2 - 5 = 0$ (3) $5x^2 - 7x + 1 = 0$
 (4) $24x - 6x^2 = 10x^2 + 9$ (5) $3(x + 1)^2 = -5(x + 1) + 2$

11

2次方程式 $x^2 - 8x + 3 = 0$ の2つの解を a, b とするとき、 $(a^2 - 8a)(b^2 - 8b + 2)$ の値を求めなさい。

12

x の2次方程式 $x^2 + ax + 4 = 0$ が $x = -3 + \sqrt{5}$ を解にもつとき、定数 a の値ともう1つの解を求めなさい。

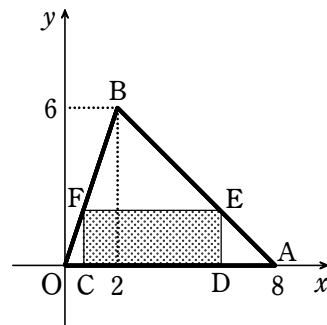
13

- (1) 2次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ の解が2と-4であるとき、定数 a, b の値を求めよ。
 (2) 2次方程式 $x^2 + (a^2 + a)x + a - 1 = 0$ の1つの解が-3であるとき、定数 a の値を求めよ。また、そのときの他の解を求めよ。

14

右の図のように、3点 $O(0, 0)$, $A(8, 0)$, $B(2, 6)$ をとる。長方形 $CDEF$ は $\triangle OAB$ に内接している。また、2点 C, D は辺 OA 上に、2点 E, F は、それぞれ辺 AB, OB 上にある。点 C の x 座標を a とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 2点 A, B を通る直線の式を求めなさい。
 (2) 点 E の座標を、 a を用いて表しなさい。
 (3) 長方形 $CDEF$ の面積が6となるような a の値を求めなさい。



15

次の式を因数分解しなさい。

- (1) $x^4 - 810000$ (2) $16a^4 - 625b^4$ (3) $x^4 - (4x^2 - 12x + 9)$
 (4) $(3a - b)^2 - (5b - a)^2$ (5) $(a - 5)^2 - 2(a - 5) - 24$
 (6) $(x + 1)^2(x - 2)^2 - 14(x + 1)(x - 2) + 40$
 (7) $9x(x - 2) - 4y(y - 3)$ (8) $(x + 2y)(x - 2y) - 4y - 1$
 (9) $a^2 - ab - 4a + 2b + 4$ (10) $x^2z - z^3 - xyz + yz^2$
 (11) $2(a - b)^2(a + b) - (a - b)(a^2 + 2b^2)$

1

- 【解答】 (1) $20a^2 + 30ab - 50b^2$ (2) $4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ca$
 (3) $4a^2 - 9b^2 - c^2 + 6bc$ (4) $256a^4 - 288a^2b^2 + 81b^4$
 (5) $x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 46x + 120$

2

- 【解答】 (1) $(2a+7b)(2a-7b)$ (2) $(3x+7)^2$ (3) $(x-3)(x-6)$
 (4) $(a-1)(b-c)$ (5) $3b(a+1)(a-3)$ (6) $4(3a+1)(3a-1)$
 (7) $(x-4)(2x-7)$ (8) $(x+y-2)(x-y+2)$
 (9) $(x+1)(x+2)(x-1)(x+4)$ (10) $(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c)$

3

- 【解答】 (1) $(a-b)(a-b-6)$ (2) $(4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b)$
 (3) $(3x-2y)(3x+2y-6)$ (4) $(a+b-3)(c+2)$ (5) $(x-y)(x+y-1)$
 (6) $(x+y+1)(-x-y+1)$ (7) $(x^2+3)(x+4)(x-4)$
 (8) $(x^2+x+2)(x^2-x+2)$

4

- 【解答】 (ア) 5 (イ) 4 (ウ) $-ab$

5

- 【解答】 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{3}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{2}$ (5) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (6) $4\sqrt{6}$

6

- 【解答】 (1) $a=3, b=\sqrt{3}-1$ (2) 6

7

- 【解答】 (1) $x+y=-10, xy=1$ (2) 97

8

- 【解答】 (1) 21個 (2) 15, 16, 17 (3) 2, 11

9

- 【解答】 (1) $x=-3\pm\sqrt{7}$ (2) $x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$

10

- 【解答】 (1) $x=\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$ (2) $x=\frac{4\pm\sqrt{5}}{3}$ (3) $x=\frac{7\pm\sqrt{29}}{10}$ (4) $x=\frac{3}{4}$
 (5) $x=-3, -\frac{2}{3}$

11

- 【解答】 3

12

- 【解答】 $a=6$, もう1つの解 $x=-3-\sqrt{5}$

13

- 【解答】 (1) $a=2, b=-8$
 (2) $a=-2$ のとき 他の解 $x=1, a=\frac{4}{3}$ のとき 他の解 $x=-\frac{1}{9}$

14

- 【解答】 (1) $y=-x+8$ (2) $(8-3a, 3a)$ (3) $a=\frac{2\pm\sqrt{2}}{2}$

15

- 【解答】 (1) $(x^2+900)(x+30)(x-30)$ (2) $(4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b)$
 (3) $(x+3)(x-1)(x^2-2x+3)$ (4) $4(a+2b)(2a-3b)$ (5) $(a-1)(a-11)$
 (6) $(x+2)(x-3)(x+3)(x-4)$ (7) $(3x-2y)(3x+2y-6)$
 (8) $(x+2y+1)(x-2y-1)$ (9) $(a-2)(a-b-2)$ (10) $z(x-z)(x-y+z)$
 (11) $(a-b)(a+2b)(a-2b)$

1

- (1) $(5a+3b)(5a-3b)-(2a-7b)^2-(a-4b)(a+2b)$
 $= (25a^2-9b^2)-(4a^2-28ab+49b^2)-(a^2-2ab-8b^2)$
 $= 25a^2-9b^2-4a^2+28ab-49b^2-a^2+2ab+8b^2$

$$=20a^2+30ab-50b^2$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (2a-b-c)^2 &= \{(2a-b)-c\}^2 \\ &= (2a-b)^2 - 2(2a-b)c + c^2 \\ &= 4a^2 - 4ab + b^2 - 4ac + 2bc + c^2 \\ &= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab + 2bc - 4ca\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad (2a-3b+c)(2a+3b-c) &= \{2a-(3b-c)\}\{2a+(3b-c)\} \\ &= (2a)^2 - (3b-c)^2 \\ &= 4a^2 - (9b^2 - 6bc + c^2) \\ &= 4a^2 - 9b^2 + 6bc - c^2 \\ &= 4a^2 - 9b^2 - c^2 + 6bc\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad (4a+3b)^2(4a-3b)^2 &= \{(4a+3b)(4a-3b)\}^2 \\ &= (16a^2 - 9b^2)^2 \\ &= 256a^4 - 288a^2b^2 + 81b^4\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad (x-2)(x-3)(x+4)(x+5) &= (x-2)(x+4) \times (x-3)(x+5) \\ &= (x^2+2x-8)(x^2+2x-15) \\ &= \{(x^2+2x)-8\}\{(x^2+2x)-15\} \\ &= (x^2+2x)^2 - 23(x^2+2x) + 120 \\ &= x^4 + 4x^3 + 4x^2 - 23x^2 - 46x + 120 \\ &= x^4 + 4x^3 - 19x^2 - 46x + 120\end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned}(1) \quad 4a^2 - 49b^2 &= (2a)^2 - (7b)^2 = (2a+7b)(2a-7b) \\ (2) \quad 9x^2 + 42x + 49 &= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2 = (3x+7)^2 \\ (3) \quad x^2 - 9x + 18 &= (x-3)(x-6) \\ (4) \quad a(b-c) - b + c &= a(b-c) - (b-c) = (a-1)(b-c) \\ (5) \quad 3a^2b - 6ab - 9b &= 3b(a^2 - 2a - 3) = 3b(a+1)(a-3) \\ (6) \quad 36a^2 - 4 &= 4(9a^2 - 1) = 4(3a+1)(3a-1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(7) \quad 2(x-1)^2 - 11(x-1) + 15 &= \{(x-1)-3\}\{2(x-1)-5\} \\ &= (x-4)(2x-7)\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad \times \quad -3 \longrightarrow -6 \\ 2 \quad \times \quad -5 \longrightarrow -10 \\ \hline 2 \quad \quad 15 \quad -11\end{array}$$

$$\begin{aligned}\text{別解} \quad 2(x-1)^2 - 11(x-1) + 15 &= 2(x^2 - 2x + 1) - 11x + 26 \\ &= 2x^2 - 15x + 28 \\ &= (x-4)(2x-7)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(8) \quad x^2 - y^2 + 4y - 4 &= x^2 - (y^2 - 4y + 4) = x^2 - (y-2)^2 \\ &= \{x + (y-2)\}\{x - (y-2)\} \\ &= (x+y-2)(x-y+2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(9) \quad (x^2+3x)^2 - 2(x^2+3x) - 8 &= \{(x^2+3x)+2\}\{(x^2+3x)-4\} \\ &= (x^2+3x+2)(x^2+3x-4) \\ &= (x+1)(x+2)(x-1)(x+4)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(10) \quad (a^2+b^2-c^2)^2 - 4a^2b^2 &= (a^2+b^2-c^2)^2 - (2ab)^2 \\ &= \{(a^2+b^2-c^2)+2ab\}\{(a^2+b^2-c^2)-2ab\} \\ &= \{(a^2+2ab+b^2)-c^2\}\{(a^2-2ab+b^2)-c^2\} \\ &= \{(a+b)^2-c^2\}\{(a-b)^2-c^2\} \\ &= (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(a-b-c) \quad \text{答}\end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}(1) \quad a^2 - 2ab + b^2 - 6a + 6b &= (a^2 - 2ab + b^2) - (6a - 6b) \\ &= (a-b)^2 - 6(a-b) \\ &= (a-b)\{(a-b)-6\} \\ &= (a-b)(a-b-6) \\ (2) \quad 16a^4 - 625b^4 &= (4a^2)^2 - (25b^2)^2 = (4a^2+25b^2)(4a^2-25b^2) \\ &= (4a^2+25b^2)(2a+5b)(2a-5b) \\ (3) \quad 9x(x-2) - 4y(y-3) &= 9x^2 - 18x - 4y^2 + 12y \\ &= (9x^2 - 4y^2) - (18x - 12y) \\ &= (3x+2y)(3x-2y) - 6(3x-2y) \\ &= (3x-2y)(3x+2y-6) \\ (4) \quad ac + bc + 2a + 2b - 3c - 6 &= (ac + bc - 3c) + (2a + 2b - 6)\end{aligned}$$

$$=c(a+b-3)+2(a+b-3)$$

$$=(a+b-3)(c+2)$$

$$(5) \quad x^2 - y^2 - x + y = (x^2 - y^2) - (x - y) = (x + y)(x - y) - (x - y) \\ = (x - y)(x + y - 1)$$

$$(6) \quad 1 - x^2 - 2xy - y^2 = 1 - (x^2 + 2xy + y^2) \\ = 1 - (x + y)^2 \\ = \{1 + (x + y)\}\{1 - (x + y)\} \\ = (x + y + 1)(-x - y + 1)$$

$$(7) \quad x^4 - 13x^2 - 48 = (x^2)^2 - 13x^2 - 48 = (x^2 + 3)(x^2 - 16) \\ = (x^2 + 3)(x + 4)(x - 4)$$

$$(8) \quad x^4 + 3x^2 + 4 = (x^4 + 4x^2 + 4) - x^2 = (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ = \{(x^2 + 2) + x\}\{(x^2 + 2) - x\} \\ = (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)$$

4

$$(ア) \quad \sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$$

$$(イ) \quad \sqrt{(-8)(-2)} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4$$

$$(ウ) \quad a > 0, \quad b < 0 \text{ であるから} \quad ab < 0$$

$$\text{よって} \quad \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{(ab)^2} = |ab| = -ab$$

5

$$(1) \quad \sqrt{\frac{27}{2}} \times \sqrt{80} \div \sqrt{90} = \sqrt{\frac{27}{2} \times 80 \times \frac{1}{90}} \\ = \sqrt{3 \times 4} \\ = \sqrt{2^2 \times 3} \\ = 2\sqrt{3}$$

$$(2) \quad \frac{\sqrt{45} - \sqrt{27}}{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{3\sqrt{5} - 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3})} \\ = \frac{3(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{\sqrt{3}(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{3}$$

$$(3) \quad \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{15}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{8}} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{20}} \\ = \sqrt{\frac{2}{8}} + \sqrt{\frac{6}{8}} - \sqrt{\frac{5}{20}} + \sqrt{\frac{15}{20}} \\ = \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{3}{4}} - \sqrt{\frac{1}{4}} + \sqrt{\frac{3}{4}} \\ = 2\sqrt{\frac{3}{4}} \\ = \sqrt{3}$$

$$(4) \quad \frac{\sqrt{5}(\sqrt{10} + 3)}{5} - \frac{3 + \sqrt{20}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{10} + 3)}{5} - \frac{(3 + \sqrt{20}) \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} + \sqrt{\frac{8}{2}} \\ = \frac{\sqrt{50} + 3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{100}}{5} + \sqrt{4} \\ = \frac{\sqrt{50} - \sqrt{100}}{5} + \sqrt{4} \\ = \frac{5\sqrt{2} - 10}{5} + 2 \\ = \sqrt{2} - 2 + 2 \\ = \sqrt{2}$$

$$(5) \quad (3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2}) + \frac{1}{\sqrt{12}}(1 - \sqrt{3})^2 = 3^2 - (2\sqrt{2})^2 + \frac{1}{2\sqrt{3}}(1 - 2\sqrt{3} + 3) \\ = 9 - 8 + \frac{1}{2\sqrt{3}}(4 - 2\sqrt{3}) \\ = 1 + \frac{4}{2\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} \\ = 1 + \frac{2}{\sqrt{3}} - 1 \\ = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(\sqrt{12} - \sqrt{2}) - \left(\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - 2 \right)^2 \\ &= (\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) - \left(\frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} - 2 \right)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + \sqrt{2})(2\sqrt{3} - \sqrt{2}) - (\sqrt{6} - 2)^2 \\ &= (2\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 - (6 - 4\sqrt{6} + 4) \\ &= 12 - 2 - 10 + 4\sqrt{6} \\ &= 4\sqrt{6} \end{aligned}$$

6

$$\begin{aligned} (1) \quad & \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 + \sqrt{3}}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2 + \sqrt{3}}{2^2 - (\sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2 \text{ であるから } 3 < 2 + \sqrt{3} < 4$$

$$\text{よって } a = 3$$

$$b = (2 + \sqrt{3}) - a = (2 + \sqrt{3}) - 3 = \sqrt{3} - 1$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & a + 2b + b^2 + 1 \\ &= 3 + 2(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} - 1)^2 + 1 \\ &= 3 + 2\sqrt{3} - 2 + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1 + 1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{別解} \quad & a + 2b + b^2 + 1 = a + (b + 1)^2 \\ &= 3 + (\sqrt{3} - 1 + 1)^2 \\ &= 3 + (\sqrt{3})^2 = 6 \end{aligned}$$

7

$$(1) \quad x + y = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2}{(\sqrt{2} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3})}$$

$$= \frac{(5 + 2\sqrt{6}) + (5 - 2\sqrt{6})}{-1} = -10$$

$$xy = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = 1$$

$$\begin{aligned} (2) \quad & x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy \\ &= (-10)^2 - 3 \cdot 1 = 100 - 3 = 97 \end{aligned}$$

8

(1) 整数部分が 10 となる数は、10 以上 11 未満の数である。

$$\text{よって } 10 \leq \sqrt{k} < 11$$

$$\text{すなわち } \sqrt{100} \leq \sqrt{k} < \sqrt{121}$$

$$\text{したがって } 100 \leq k < 121$$

これを満たす整数 k の個数は 21 個

$$(2) \quad -3 = -\sqrt{9}, \quad -\frac{8}{3} = -\sqrt{\frac{64}{9}} \text{ であるから}$$

$$-\sqrt{9} < -\sqrt{\frac{k}{2}} < -\sqrt{\frac{64}{9}}$$

$$\text{よって } \sqrt{\frac{64}{9}} < \sqrt{\frac{k}{2}} < \sqrt{9}$$

$$\text{したがって } \frac{64}{9} < \frac{k}{2} < 9$$

$$\text{すなわち } \frac{128}{9} < k < 18$$

答 15, 16, 17

(3) 根号の中の数 0 より大きくなくてはならないから $168 - 12n > 0$

$$\text{よって } n < 14$$

$$168 - 12n = 12(14 - n) = 2^2 \times 3 \times (14 - n)$$

であるから、 $\sqrt{168 - 12n}$ が自然数となるためには、 $n < 14$ であることを考えて

$$14 - n = 3 \quad \text{または} \quad 14 - n = 3 \times 2^2$$

$$\text{すなわち } n = 11 \quad \text{または} \quad n = 2$$

$$\text{したがって } n = 2, 11$$

9

(1) $x^2+6x+2=0$ より $x^2+6x=-2$

両辺に 3^2 をたすと $x^2+6x+3^2=-2+3^2$

$$(x+3)^2=7$$

$$x+3=\pm\sqrt{7}$$

よって $x=-3\pm\sqrt{7}$

(2) $x^2-5x+5=0$ より $x^2-5x=-5$

両辺に $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ をたすと $x^2-5x+\left(\frac{5}{2}\right)^2=-5+\left(\frac{5}{2}\right)^2$

$$\left(x-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$$

$$x-\frac{5}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

よって $x=\frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$

10

(1) 左辺を因数分解して $(2x-3)(4x-1)=0$

よって $2x-3=0$ または $4x-1=0$

したがって $x=\frac{3}{2}, \frac{1}{4}$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & -3 \rightarrow -12 \\ 4 & \times & -1 \rightarrow -2 \\ \hline 8 & & 3 \quad -14 \end{array}$$

(2) $(3x-4)^2-5=0$ から $(3x-4)^2=5$

ゆえに $3x-4=\pm\sqrt{5}$ よって $3x=4\pm\sqrt{5}$

したがって $x=\frac{4\pm\sqrt{5}}{3}$

(3) 解の公式により $x=\frac{7\pm\sqrt{(-7)^2-4\cdot 5\cdot 1}}{2\cdot 5}=\frac{7\pm\sqrt{29}}{10}$

(4) 与式を整理すると $16x^2-24x+9=0$

ゆえに $(4x-3)^2=0$ よって $x=\frac{3}{4}$

(5) $x+1=X$ とおくと $3X^2+5X-2=0$

ゆえに $(X+2)(3X-1)=0$

よって $X=-2, \frac{1}{3}$ すなわち $x+1=-2, \frac{1}{3}$

ゆえに $x=-3, -\frac{2}{3}$

$$\begin{array}{rcl} 1 & \times & 2 \rightarrow 6 \\ 3 & \times & -1 \rightarrow -1 \\ \hline 3 & & -2 \quad 5 \end{array}$$

11

a, b は $x^2-8x+3=0$ の解であるから

$$a^2-8a+3=0, b^2-8b+3=0$$

したがって $a^2-8a=-3, b^2-8b=-3$

よって $(a^2-8a)(b^2-8b+2)=(a^2-8a)\{(b^2-8b)+2\}$
 $=(-3)\times\{(-3)+2\}$
 $=(-3)\times(-1)=3$

12

$x^2+ax+4=0$ が $x=-3+\sqrt{5}$ を解にもつから

$$(-3+\sqrt{5})^2+a\times(-3+\sqrt{5})+4=0$$

すなわち $(9-6\sqrt{5}+5)+(-3+\sqrt{5})a+4=0$

よって $(3-\sqrt{5})a=18-6\sqrt{5}$

したがって $a=\frac{18-6\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}=\frac{6(3-\sqrt{5})}{3-\sqrt{5}}=6$

$a=6$ のとき、2次方程式は次のようになる。

$$x^2+6x+4=0$$

よって $x=-3\pm\sqrt{3^2-1\times 4}=-3\pm\sqrt{5}$

したがって、もう1つの解は $x=-3-\sqrt{5}$

13

(1) $x=2$ と $x=-4$ が方程式の解であるから

$$2^2+a\cdot 2+b=0, (-4)^2+a\cdot(-4)+b=0$$

すなわち $2a+b+4=0, -4a+b+16=0$

この2式を連立して解くと $a=2, b=-8$

(2) $x = -3$ が方程式の解であるから

$$(-3)^2 + (a^2 + a) \cdot (-3) + a - 1 = 0$$

ゆえに $3a^2 + 2a - 8 = 0$ よって $(a+2)(3a-4) = 0$

したがって $a = -2, \frac{4}{3}$

[1] $a = -2$ のとき、方程式は $x^2 + 2x - 3 = 0$

ゆえに $(x-1)(x+3) = 0$ よって、他の解は $x = 1$

[2] $a = \frac{4}{3}$ のとき、方程式は $x^2 + \frac{28}{9}x + \frac{1}{3} = 0$

ゆえに $9x^2 + 28x + 3 = 0$ よって $(x+3)(9x+1) = 0$

したがって、他の解は $x = -\frac{1}{9}$

以上から $a = -2$ のとき 他の解 $x = 1$, $a = \frac{4}{3}$ のとき 他の解 $x = -\frac{1}{9}$

14

(1) 2点 A, B を通る直線の式を $y = mx + n$ とおく。

2点 A, B の座標は、それぞれ (8, 0), (2, 6) であるから

$$0 = 8m + n, \quad 6 = 2m + n$$

よって $m = -1, \quad n = 8$

したがって、求める直線の式は $y = -x + 8$

(2) 直線 OB を表す式は $y = 3x$

点 F の x 座標は a であるから、F の y 座標は $3a$

よって、点 E の y 座標は $3a$ となる。

E の x 座標は、 $3a = -x + 8$ を解いて $x = 8 - 3a$

したがって、E の座標は $(8 - 3a, 3a)$

(3) CD の長さは (D の x 座標) - (C の x 座標) となる。

また、(D の x 座標) = (E の x 座標) であるから

$$CD = (8 - 3a) - a = 8 - 4a$$

CF の長さは、F の y 座標であるから $3a$

よって、長方形 CDEF の面積は $3a(8 - 4a)$

したがって $3a(8 - 4a) = 6$

$$2a^2 - 4a + 1 = 0$$

これを解いて $a = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 2 \times 1}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$

これらは、ともに問題に適している。

答 $a = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$

15

(1) $x^4 - 810000 = (x^2)^2 - 900^2 = (x^2 + 900)(x^2 - 900)$

$$= (x^2 + 900)(x + 30)(x - 30)$$

(2) $16a^4 - 625b^4 = (4a^2)^2 - (25b^2)^2 = (4a^2 + 25b^2)(4a^2 - 25b^2)$

$$= (4a^2 + 25b^2)(2a + 5b)(2a - 5b)$$

(3) $x^4 - (4x^2 - 12x + 9) = (x^2)^2 - (2x - 3)^2$

$$= \{x^2 + (2x - 3)\}\{x^2 - (2x - 3)\}$$

$$= (x^2 + 2x - 3)(x^2 - 2x + 3)$$

$$= (x + 3)(x - 1)(x^2 - 2x + 3)$$

(4) $(3a - b)^2 - (5b - a)^2 = \{(3a - b) + (5b - a)\}\{(3a - b) - (5b - a)\}$

$$= (2a + 4b)(4a - 6b)$$

$$= 4(a + 2b)(2a - 3b)$$

(5) $(a - 5)^2 - 2(a - 5) - 24 = \{(a - 5) + 4\}\{(a - 5) - 6\}$

$$= (a - 1)(a - 11)$$

(6) $(x + 1)^2(x - 2)^2 - 14(x + 1)(x - 2) + 40 = \{(x + 1)(x - 2)\}^2 - 14(x + 1)(x - 2) + 40$

$$= \{(x + 1)(x - 2) - 4\}\{(x + 1)(x - 2) - 10\}$$

$$= \{(x^2 - x - 2) - 4\}\{(x^2 - x - 2) - 10\}$$

$$= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 12)$$

$$= (x + 2)(x - 3)(x + 3)(x - 4)$$

(7) $9x(x - 2) - 4y(y - 3) = 9x^2 - 18x - 4y^2 + 12y$

$$= (9x^2 - 4y^2) - (18x - 12y)$$

$$= (3x + 2y)(3x - 2y) - 6(3x - 2y)$$

$$= (3x - 2y)(3x + 2y - 6)$$

(8) $(x + 2y)(x - 2y) - 4y - 1 = x^2 - 4y^2 - 4y - 1$

$$=x^2-(4y^2+4y+1)$$

$$=x^2-(2y+1)^2$$

$$=\{x+(2y+1)\}\{x-(2y+1)\}$$

$$=(x+2y+1)(x-2y-1)$$

$$(9) \quad a^2-ab-4a+2b+4=(-ab+2b)+(a^2-4a+4)$$

$$=-b(a-2)+(a-2)^2$$

$$=(a-2)(-b+a-2)=(a-2)(a-b-2)$$

$$(10) \quad x^2z-z^3-xyz+yz^2=z(x^2-z^2-xy+yz)$$

$$=z\{(x+z)(x-z)-y(x-z)\}$$

$$=z(x-z)\{(x+z)-y\}$$

$$=z(x-z)(x-y+z)$$

$$(11) \quad 2(a-b)^2(a+b)-(a-b)(a^2+2b^2)=(a-b)\{2(a-b)(a+b)-(a^2+2b^2)\}$$

$$=(a-b)\{2(a^2-b^2)-a^2-2b^2\}$$

$$=(a-b)(a^2-4b^2)$$

$$=(a-b)(a+2b)(a-2b)$$