

1

座標平面上に2点 $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$ と直線 l があり, A と l の距離と B と l の距離の和が1であるという。

- (1) l は y 軸と平行でないことを示せ。
- (2) l が線分 AB と交わるとき, l の傾きを求めよ。
- (3) l が線分 AB と交わらないとき, l と原点との距離を求めよ。

2

a を正の実数とする。2つの放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3a$, $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2ax - a^3 - a^2$ が異なる

2点で交わるとし, 2つの放物線によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。

- (1) a の値の範囲を求めよ。
- (2) $S(a)$ を a を用いて表せ。
- (3) $S(a)$ の最大値とそのときの a の値を求めよ。

3

- (1) 正の実数 x, y に対して $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$ が成り立つことを示し, 等号が成立するための条件を求めよ。
- (2) n を自然数とする。 n 個の正の実数 a_1, \dots, a_n に対して

$$(a_1 + \dots + a_n) \left(\frac{1}{a_1} + \dots + \frac{1}{a_n} \right) \geq n^2$$

が成り立つことを示し, 等号が成立するための条件を求めよ。