

1

次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

- (1)  $a_1 = -3, a_{n+1} = a_n + 4$                       (2)  $a_1 = 4, 2a_{n+1} + 3a_n = 0$   
 (3)  $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2^n - 3n + 1$

2

次の条件によって定められる数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

- (1)  $a_1 = 2, a_{n+1} = 3a_n - 2$                       (2)  $a_1 = 3, 2a_{n+1} - a_n + 2 = 0$

3

奇数の列を、次のように1個, 2個, 4個, 8個, …… と群に分ける。

1 | 3, 5 | 7, 9, 11, 13 | 15, 17, …… , 29 | 31, ……

- (1) 第  $n$  群の最初の奇数を求めよ。  
 (2) 第  $n$  群に含まれる奇数の和を求めよ。

4

次の数列の初項から第  $n$  項までの和を求めよ。

- (1)  $1^2, 3^2, 5^2, \dots$                       (2)  $1, 1+2, 1+2+2^2, \dots$

5

和  $S = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + \dots + (2n-1) \cdot 3^{n-1}$  を求めよ。

6

次の数列の初項から第  $n$  項までの和を求めよ。

- (1)  $1, \frac{1}{1+2}, \frac{1}{1+2+3}, \dots$                       (2)  $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(n+2)}$

7

次の数列の和  $S$  を求めよ。

- (1)  $\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3}, \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4}, \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5}, \dots, \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$   
 (2)  $\frac{1}{1+\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}, \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}, \dots, \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+2}}$

8

関数  $f(\theta) = \sin 2\theta + 2(\sin \theta + \cos \theta) - 1$  を考える。ただし,  $0 \leq \theta < 2\pi$  とする。

- (1)  $t = \sin \theta + \cos \theta$  とおくととき,  $f(\theta)$  を  $t$  の式で表せ。  
 (2)  $t$  のとりうる値の範囲を求めよ。  
 (3)  $f(\theta)$  の最大値と最小値を求め, そのときの  $\theta$  の値を求めよ。

9

次の関数の最大値, 最小値と, そのときの  $x$  の値を求めよ。

$$y = \sin^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 3\cos^2 x \quad (0 \leq x < 2\pi)$$

10

次の数列の和を求めよ。

$$1 \cdot n, 2 \cdot (n-1), 3 \cdot (n-2), \dots, (n-1) \cdot 2, n \cdot 1$$

11

次の連立不等式の表す領域に含まれる格子点 ( $x$  座標,  $y$  座標がともに整数である点) の個数を求めよ。ただし,  $n$  は自然数とする。

- (1)  $x \geq 0, y \geq 0, x + 2y \leq 2n$                       (2)  $x \geq 0, y \leq n^2, y \geq x^2$

12

年利 5%, 1 年ごとの複利で, 毎年度初めに 20 万円ずつ積み立てると, 7 年度末には元利合計はいくらになるか。ただし,  $(1.05)^7 = 1.4071$  とする。

13

初項から第  $n$  項までの和が  $S_n = n^3 - 1$  で表される数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

1

解答 (1)  $a_n = 4n - 7$  (2)  $a_n = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$  (3)  $a_n = 2^n - \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n - 2$

2

解答 (1)  $a_n = 3^{n-1} + 1$  (2)  $a_n = 5\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 2$

3

解答 (1)  $2^n - 1$  (2)  $3 \cdot 4^{n-1} - 2^n$

4

解答 (1)  $\frac{1}{3}n(2n+1)(2n-1)$  (2)  $2^{n+1} - n - 2$

5

解答  $S = (n-1) \cdot 3^n + 1$

6

解答 (1)  $\frac{2n}{n+1}$  (2)  $S = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$

7

解答 (1)  $\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$  (2)  $\frac{1}{2}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} - 1 - \sqrt{2})$

8

解答 (1)  $f(\theta) = t^2 + 2t - 2$  (2)  $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$   
 (3)  $\theta = \frac{\pi}{4}$  のとき最大値  $2\sqrt{2}$ ;  $\theta = \pi, \frac{3}{2}\pi$  のとき最小値  $-3$

9

解答  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$  で最大値  $4$ ,  $x = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$  で最小値  $0$

10

解答  $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

11

解答 (1)  $(n+1)^2$  個 (2)  $\frac{1}{6}(n+1)(4n^2 - n + 6)$  個

12

解答 1709820 円

13

解答  $a_1 = 0, n \geq 2$  のとき  $a_n = 3n^2 - 3n + 1$

1

解説

(1)  $a_{n+1} - a_n = 4$  より, 数列  $\{a_n\}$  は初項  $a_1 = -3$ , 公差  $4$  の等差数列であるから  

$$a_n = -3 + (n-1) \cdot 4 = 4n - 7$$

(2)  $a_{n+1} = -\frac{3}{2}a_n$  より, 数列  $\{a_n\}$  は初項  $a_1 = 4$ , 公比  $-\frac{3}{2}$  の等比数列であるから

$$a_n = 4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

(3)  $a_{n+1} - a_n = 2^n - 3n + 1$  より, 数列  $\{a_n\}$  の階差数列の第  $n$  項は  $2^n - 3n + 1$  であるから,  $n \geq 2$  のとき

$$\begin{aligned} a_n &= a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2^k - 3k + 1) = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2^k - 3 \sum_{k=1}^{n-1} k + \sum_{k=1}^{n-1} 1 \\ &= 1 + \frac{2(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} - 3 \cdot \frac{1}{2}(n-1)n + (n-1) = 2^n - \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n - 2 \dots\dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$n=1$  のとき  $2^1 - \frac{3}{2} \cdot 1^2 + \frac{5}{2} \cdot 1 - 2 = 1$

$a_1 = 1$  であるから, ① は  $n=1$  のときにも成り立つ。

したがって  $a_n = 2^n - \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n - 2$

2

解説

(1)  $a_{n+1} = 3a_n - 2$  を変形すると  $a_{n+1} - 1 = 3(a_n - 1)$

また  $a_1 - 1 = 2 - 1 = 1$

よって、数列  $\{a_n - 1\}$  は初項 1, 公比 3 の等比数列であるから  $a_n - 1 = 1 \cdot 3^{n-1}$

したがって  $a_n = 3^{n-1} + 1$

別解 1.  $a_{n+1} = 3a_n - 2 \dots\dots$  ① とする。

① で  $n$  の代わりに  $n+1$  とおくと  $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2 \dots\dots$  ②

② - ① から  $a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n)$

数列  $\{a_n\}$  の階差数列を  $\{b_n\}$  とすると  $b_{n+1} = 3b_n$

また  $b_1 = a_2 - a_1 = (3 \cdot 2 - 2) - 2 = 2$

ゆえに、数列  $\{b_n\}$  は初項 2, 公比 3 の等比数列であるから  $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

よって、 $n \geq 2$  のとき  $a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^{k-1} = 2 + 2 \cdot \frac{3^{n-1} - 1}{3 - 1} = 3^{n-1} + 1$

初項は  $a_1 = 2$  であるから、これは  $n = 1$  のときも成り立つ。

したがって  $a_n = 3^{n-1} + 1$

別解 2.  $a_1 = 2 = 3^0 + 1, a_2 = 3 \cdot 2 - 2 = 4 = 3^1 + 1,$

$a_3 = 3 \cdot 4 - 2 = 10 = 3^2 + 1, a_4 = 3 \cdot 10 - 2 = 28 = 3^3 + 1$

よって、 $a_n = 3^{n-1} + 1 \dots\dots$  ① と推測できる。

このとき  $a_1 = 1 + 1 = 2, 3a_n - 2 = 3(3^{n-1} + 1) - 2 = 3^n + 1 = a_{n+1}$

したがって、① は与えられた条件を満たすから  $a_n = 3^{n-1} + 1$

(2)  $2a_{n+1} - a_n + 2 = 0$  を変形すると  $a_{n+1} + 2 = \frac{1}{2}(a_n + 2)$

また  $a_1 + 2 = 3 + 2 = 5$

よって、数列  $\{a_n + 2\}$  は初項 5, 公比  $\frac{1}{2}$  の等比数列であるから  $a_n + 2 = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

したがって  $a_n = 5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 2$

3

解説

(1)  $n \geq 2$  のとき、第 1 群から第  $(n-1)$  群までに含まれる奇数の総数は

$$1 + 2 + 4 + \dots + 2^{n-2} = \frac{1(2^{n-1} - 1)}{2 - 1} = 2^{n-1} - 1$$

よって、第  $n$  群 ( $n \geq 2$ ) の最初の奇数は、 $2^{n-1}$  番目の正の奇数で

$$2 \cdot 2^{n-1} - 1 = 2^n - 1$$

この式は  $n = 1$  のときにも成り立つ。

よって、求める数は  $2^n - 1$

(2) 求める和は、初項  $2^n - 1$ , 公差 2, 項数  $2^{n-1}$  の等差数列の和であるから

$$\frac{1}{2} \cdot 2^{n-1} \{2(2^n - 1) + (2^{n-1} - 1) \cdot 2\} = 3 \cdot 4^{n-1} - 2^n$$

4

解説

与えられた数列の第  $k$  項を  $a_k$  とし、求める和を  $S_n$  とする。

(1)  $a_k = (2k - 1)^2$

$$\text{よって } S_n = \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n (2k - 1)^2 = \sum_{k=1}^n (4k^2 - 4k + 1) = 4 \sum_{k=1}^n k^2 - 4 \sum_{k=1}^n k + \sum_{k=1}^n 1$$

$$= 4 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) - 4 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) + n$$

$$= \frac{1}{3} n \{2(n+1)(2n+1) - 6(n+1) + 3\} = \frac{1}{3} n(4n^2 - 1) = \frac{1}{3} n(2n+1)(2n-1)$$

(2)  $a_k = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1} = \frac{1 \cdot (2^k - 1)}{2 - 1} = 2^k - 1$

$$\text{よって } S_n = \sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^n (2^k - 1) = \sum_{k=1}^n 2^k - \sum_{k=1}^n 1 = \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} - n = 2^{n+1} - n - 2$$

5

解説

$$S = 1 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 3^2 + 7 \cdot 3^3 + \dots + (2n - 1) \cdot 3^{n-1}$$

$$3S = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^3 + \dots + (2n - 3) \cdot 3^{n-1} + (2n - 1) \cdot 3^n$$

辺々を引くと

$$S - 3S = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \dots + 2 \cdot 3^{n-1} - (2n - 1) \cdot 3^n$$

$$\text{よって } -2S = 1 + 2(3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{n-1}) - (2n - 1) \cdot 3^n$$

$$= 1 + 2 \cdot \frac{3(3^{n-1} - 1)}{3 - 1} - (2n - 1) \cdot 3^n = -2(n - 1) \cdot 3^n - 2$$

したがって  $S = (n - 1) \cdot 3^n + 1$

6

解説

(1) この数列の第  $k$  項  $a_k$  は

$$a_k = \frac{1}{1 + 2 + 3 + \dots + k} = \frac{1}{\frac{1}{2}k(k+1)} = \frac{2}{k(k+1)} = 2\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}\right)$$

よって、求める和を  $S$  とすると

$$\begin{aligned} S &= 2\left\{\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)\right\} \\ &= 2\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{2n}{n+1} \end{aligned}$$

$$(2) \frac{1}{k(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2}\right)$$

であるから、 $n \geq 2$  のとき

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}\left\{\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+2}\right)\right\} \\ &= \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{3(n+1)(n+2) - 2(n+2) - 2(n+1)}{2(n+1)(n+2)} \\ &= \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

この式は  $n = 1$  のときにも成り立つ。

$$\text{よって } S = \frac{n(3n+5)}{4(n+1)(n+2)}$$

7

解説

$$(1) \text{ 第 } k \text{ 項は } \frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right\}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } S &= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3}\right) + \left(\frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4}\right) + \left(\frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5}\right) \right. \\ &\quad \left. + \dots + \left\{\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right\}\right\} \\ &= \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right\} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(n+1)(n+2) - 2}{2(n+1)(n+2)} = \frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)} \end{aligned}$$

$$(2) \text{ 第 } k \text{ 項は } \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+2}} = \frac{\sqrt{k} - \sqrt{k+2}}{(\sqrt{k} + \sqrt{k+2})(\sqrt{k} - \sqrt{k+2})} = \frac{1}{2}(\sqrt{k+2} - \sqrt{k})$$

$$\begin{aligned} \text{よって } S &= \frac{1}{2}\{(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{4} - \sqrt{2}) + (\sqrt{5} - \sqrt{3}) \\ &\quad + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}) + (\sqrt{n+2} - \sqrt{n})\} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{n+1} + \sqrt{n+2} - 1 - \sqrt{2}) \end{aligned}$$

8

解説

(1)  $t = \sin \theta + \cos \theta$  の両辺を 2 乗すると

$$t^2 = \sin^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$$

$$\text{ゆえに } t^2 = 1 + \sin 2\theta \quad \text{よって } \sin 2\theta = t^2 - 1$$

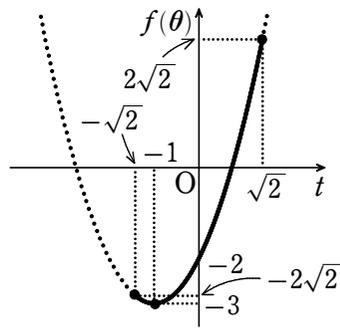
$$\text{したがって } f(\theta) = t^2 - 1 + 2t - 1 = t^2 + 2t - 2$$

$$(2) t = \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \quad \dots \textcircled{1}$$

$0 \leq \theta < 2\pi$  のとき、 $\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} < \frac{9}{4}\pi$   $\dots \textcircled{2}$  であるから

$$-1 \leq \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1 \quad \text{よって } -\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$$

(3) (1)から  $f(\theta) = t^2 + 2t - 2 = (t+1)^2 - 3$   
 $-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2}$  の範囲において  $f(\theta)$  は  
 $t = \sqrt{2}$  で最大値  $2\sqrt{2}$ ,  $t = -1$  で最小値  $-3$   
 をとる。



$t = \sqrt{2}$  のとき, ①から  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

②の範囲で解くと  $\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$  すなわち  $\theta = \frac{\pi}{4}$

$t = -1$  のとき, ①から  $\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

②の範囲で解くと  $\theta + \frac{\pi}{4} = \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$  すなわち  $\theta = \pi, \frac{3}{2}\pi$

よって  $\theta = \frac{\pi}{4}$  のとき最大値  $2\sqrt{2}$ ;  $\theta = \pi, \frac{3}{2}\pi$  のとき最小値  $-3$

9

解説

$$y = \frac{1 - \cos 2x}{2} + \sqrt{3} \sin 2x + 3 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$= \sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x + 2 = 2 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$$

$0 \leq x < 2\pi$  のとき  $\frac{\pi}{6} \leq 2x + \frac{\pi}{6} < \frac{25}{6}\pi$  であるから  $-1 \leq \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq 1$

よって  $0 \leq y \leq 4$

また,  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$  のとき  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}, \frac{5}{2}\pi$  すなわち  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$

$\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -1$  のとき  $2x + \frac{\pi}{6} = \frac{3}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi$  すなわち  $x = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$

ゆえに, この関数は  $x = \frac{\pi}{6}, \frac{7}{6}\pi$  で最大値 4,  $x = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$  で最小値 0 をとる。

別解  $y = (\sin x + \sqrt{3} \cos x)^2 = \left\{2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\right\}^2 = 4 \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

$0 \leq \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$  であるから 最大値 4, 最小値 0

10

解説

この数列の第  $k$  項は  $k\{n + (k-1) \cdot (-1)\} = -k^2 + (n+1)k$   
 したがって, 求める和を  $S$  とすると

$$\begin{aligned} S &= \sum_{k=1}^n \{-k^2 + (n+1)k\} = -\sum_{k=1}^n k^2 + (n+1) \sum_{k=1}^n k \\ &= -\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) + (n+1) \cdot \frac{1}{2}n(n+1) \\ &= \frac{1}{6}n(n+1)\{- (2n+1) + 3(n+1)\} = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

別解 求める和を  $S$  とすると

$$\begin{aligned} S &= 1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+\dots+n) \\ &= \sum_{k=1}^n (1+2+\dots+k) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n k(k+1) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (k^2 + k) = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^n k^2 + \sum_{k=1}^n k \right) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) + \frac{1}{2}n(n+1) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6}n(n+1)\{(2n+1) + 3\} = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2) \end{aligned}$$

11

解説

(1) 領域は, 右図のように,  $x$  軸,  $y$  軸, 直線

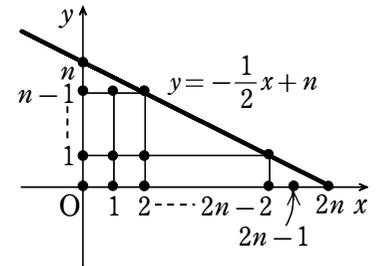
$$y = -\frac{1}{2}x + n$$

である。

直線  $y = k$  ( $k = n, n-1, \dots, 0$ ) 上には, それ  
 ぞれ 1, 3, 5,  $\dots, 2n+1$  個の格子点が並ぶ。

よって, 格子点の総数は

$$\sum_{k=0}^n (2k+1) = (2 \cdot 0 + 1) + \sum_{k=1}^n (2k+1)$$



$$= 1 + \sum_{k=1}^n (2k+1) = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} n(n+1) + n$$

$$= (n+1)^2 \text{ (個)}$$

別解 線分  $x+2y=2n$  ( $0 \leq y \leq n$ ) 上の格子点  $(0, n), (2, n-1), \dots, (2n, 0)$  の個数は  $n+1$

4点  $(0, 0), (2n, 0), (2n, n), (0, n)$  を頂点とする長方形の周および内部にある格子点の個数は  $(2n+1)(n+1)$

ゆえに、求める格子点の個数を  $N$  とすると  $2N - (n+1) = (2n+1)(n+1)$

$$\text{よって } N = \frac{1}{2} \{(2n+1)(n+1) + (n+1)\} = \frac{1}{2} (n+1)(2n+2) = (n+1)^2 \text{ (個)}$$

(2) 領域は、右図のように、 $y$  軸、直線  $y=n^2$ 、放物線  $y=x^2$  で囲まれた部分である (境界線を含む)。

直線  $x=k$  ( $k=0, 1, 2, \dots, n-1, n$ ) 上には、それぞれ  $n^2+1, (n^2+1)-1, (n^2+1)-4,$

$(n^2+1)-9, \dots, (n^2+1)-n^2$  個の格子点が並ぶ。

よって、格子点の総数は

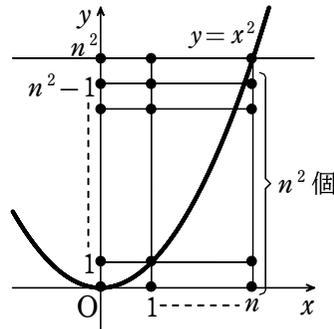
$$\sum_{k=0}^n (n^2+1-k^2)$$

$$= (n^2+1-0^2) + \sum_{k=1}^n (n^2+1-k^2)$$

$$= (n^2+1) + (n^2+1) \sum_{k=1}^n 1 - \sum_{k=1}^n k^2$$

$$= (n^2+1) + (n^2+1)n - \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1)$$

$$= \frac{1}{6} (n+1)(4n^2-n+6) \text{ (個)}$$



12

解説

毎年度初めの元金は、1年ごとに利息がついて1.05倍となる。

よって、7年度末の元利合計は

$$200000 \cdot (1.05)^7 + 200000 \cdot (1.05)^6 + \dots + 200000 \cdot 1.05$$

$$= 200000 \cdot \{1.05 + (1.05)^2 + (1.05)^3 + \dots + (1.05)^7\}$$

$$= 200000 \cdot \frac{1.05\{(1.05)^7 - 1\}}{1.05 - 1}$$

$$= 200000 \cdot \frac{1.05(1.4071 - 1)}{0.05}$$

$$= 200000 \cdot 21 \cdot 0.4071 = 1709820 \text{ (円)}$$

13

解説

$$\text{初項 } a_1 \text{ は } a_1 = S_1 = 1^3 - 1 = 0$$

$$n \geq 2 \text{ のとき } a_n = S_n - S_{n-1} = (n^3 - 1) - \{(n-1)^3 - 1\}$$

$$= (n^3 - 1) - (n^3 - 3n^2 + 3n - 2)$$

$$= 3n^2 - 3n + 1 \quad \dots \text{ ①}$$

①で  $n=1$  とすると  $a_1=1$  となり、①は  $n=1$  のときには成り立たない。

$$\text{したがって } a_1=0, \quad n \geq 2 \text{ のとき } a_n = 3n^2 - 3n + 1$$