

1 [2016 北海道大]

机のひきだし A に 3 枚のメダル，ひきだし B に 2 枚のメダルが入っている。ひきだし A の各メダルの色は金，銀，銅のどれかであり，ひきだし B の各メダルの色は金，銀のどちらかである。

- (1) ひきだし A のメダルの色が 2 種類である確率を求めよ。
- (2) ひきだし A, B をあわせたメダルの色が 2 種類である確率を求めよ。
- (3) ひきだし A, B をあわせてちょうど 3 枚の金メダルが入っていることがわかったとき，ひきだし A のメダルの色が 2 種類である確率を求めよ。

2 [2016 神戸大]

四面体 OABC において，P を辺 OA の中点，Q を辺 OB を 2 : 1 に内分する点，R を辺 BC の中点とする。P, Q, R を通る平面と辺 AC の交点を S とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおく。

- (1) \overrightarrow{PQ} , \overrightarrow{PR} をそれぞれ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。
- (2) 比 $|\overrightarrow{AS}| : |\overrightarrow{SC}|$ を求めよ。
- (3) 四面体 OABC を 1 辺の長さが 1 の正四面体とするととき， $|\overrightarrow{QS}|$ を求めよ。

3 [2016 京都大]

ボタンを押すと「当たり」か「はずれ」のいずれかが表示される装置がある。「当たり」の表示される確率は毎回同じであるとする。この装置のボタンを 20 回押したとき，1 回以上「当たり」の出る確率は 36 % である。1 回以上「当たり」の出る確率が 90 % 以上となるためには，この装置のボタンを最低何回押せばよいか。必要なら $0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ を用いてよい。

4 [2016 大阪大]

(1) c を正の定数とする。正の実数 x, y が $x+y=c$ を満たすとき、

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)$$

の最小値を c を用いて表せ。

(2) 正の実数 x, y, z が $x+y+z=1$ を満たすとき、

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)\left(1 - \frac{4}{3z}\right)$$

の最大値を求めよ。

5 [2016 大阪大]

座標平面において、原点 O を中心とする半径 r の円と放物線 $y = \sqrt{2}(x-1)^2$ は、ただ1つの共有点 (a, b) をもつとする。

(1) a, b, r の値をそれぞれ求めよ。

(2) 連立不等式

$$a \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq \sqrt{2}(x-1)^2, x^2 + y^2 \geq r^2$$

の表す領域を、 x 軸の周りに1回転してできる回転体の体積を求めよ。