1

河川や海水など環境水の有機汚染の指標としてCOD (化学的酸素要求量) が用いられている。CODとは試料水１L中に存在する有機物を，過マンガン酸カリウムのような強力な酸化剤によって一定の条件下で酸化し，その際，消費された酸化剤の量を，それに相当する酸素の質量〔mg〕に換算したものである。河川水のCODを分析するため以下の操作を行った。

300 mLビーカーに河川水試料100 mLを入れ，6 mol/L硫酸水溶液を10 mL加え，さらに (A)<u>5.00×10^{-3} mol/L過マンガン酸カリウム水溶液を10.00 mL加え</u>，湯浴上で加温した。溶液が熱いうちに (B)<u>12.5×10^{-3} mol/Lシュウ酸水溶液により滴定して</u>，過マンガン酸カリウムの赤紫色が消えたところを終点とした。終点にいたるまでに使用したシュウ酸水溶液の滴下量は3.00 mLであった。

(1)　下線(A)，(B)で試薬を加える実験器具として，最も適しているものの名称をそれぞれ答えよ。　(A)〔　　　　　　〕，(B)〔　　　　　　〕

(2)　次の文章中の空欄 (a) ～ (f) にあてはまる数値を答えよ。ただし，(c) ～ (f) は有効数字３桁で示せ。O＝16.0

硫酸酸性の条件では，1 molの過マンガン酸カリウムは (a)［　　］molの電子を受け取り，これにより (b)［　　］molのシュウ酸が酸化される。上記の実験では，滴下されたシュウ酸の物質量は (c)［　　　］molであることから，有機物の酸化で消費された過マンガン酸カリウムの物質量は (d)［　　　］molであり，これは酸化剤としての酸素分子 (e)［　　　］molに相当する。したがって，今回行った実験により測定された河川水中のCODは (f)［　　］mg/Lとなる。

2

A～Hの金属がある。B，D，E，F，GおよびHは銀白色ないしは灰白色であるが，AやCは着色している。Eは常温で水と激しく反応するが，BやGは高温の水蒸気と反応して水素を発生する。A，C，D，FおよびHは，高温の水蒸気とも反応しない。B，D，EおよびGは希塩酸に水素を発生しながら溶解する。A，FおよびHは希塩酸には溶解しないが，希硝酸には溶解する。Cは希塩酸や希硝酸には溶解しないが，王水には溶ける。Gは希硝酸には溶解するが，濃硝酸には溶解しない。FとHで電池をつくると，Fが正極，Hが負極となった。

［A～Hの金属名：銀，鉄，カルシウム，金，スズ，銅，亜鉛，鉛］

(1)　A～Hに該当する金属を元素記号で書け。

A〔　　〕　B〔　　〕　C〔　　〕　D〔　　〕
E〔　　〕　F〔　　〕　G〔　　〕　H〔　　〕

(2)　金属Gはなぜ濃硝酸に溶解しないのか。その理由を書け。
〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(3)　金属Hはなぜ希塩酸に溶解しないのか。その理由を書け。
〔　　　　　　　　　　　　　　　　〕

(4)　鉄の腐食を防止するための方法がいくつか知られている。トタンは，ある金属を鉄にめっきすることにより鉄の腐食を防いだものである。その金属の名称を記し，鉄の腐食を防ぐことができる理由を書け。

名称〔　　　　　　〕

理由〔　　　　　　　　　　　　　　〕

3

希硫酸に亜鉛板と銅板とを浸したときにできる電池 (図１) を，発明者の名をとってボルタ電池という。また，硫酸亜鉛の水溶液に亜鉛板を，硫酸銅(Ⅱ)の水溶液に銅板を浸し，素焼き板を用いて仕切ったもの (図２) をダニエル電池という。

図１

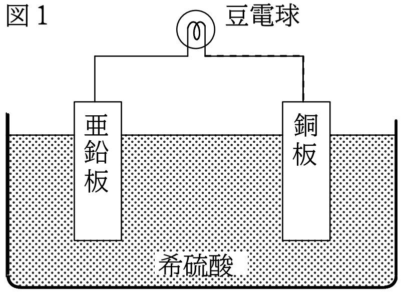
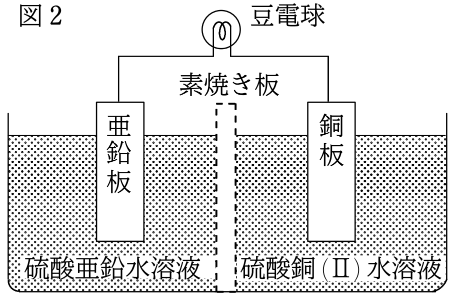


図２



(1)　図１について

(a)　亜鉛板と銅板のうち，どちらが正極であるかを示せ。〔　　　　〕

(b)　亜鉛板と銅板でそれぞれ起こる化学変化を，電子 e^- を用いた反応式で示せ。

亜鉛板〔　　　　〕

銅板〔　　　　〕

(c)　亜鉛板と銅板とをつないでいる導線をはずしたとき，予想される変化について 40 字程度で記せ。

〔　　　　〕

(2)　図 2 について

(a)　亜鉛板と銅板でそれぞれ起こる化学変化を，電子 e^- を用いた反応式で示せ。

亜鉛板〔　　　　〕

銅板〔　　　　〕

(b)　素焼き板の果たす役割を二つ，それぞれ 20 字程度で記せ。

〔　　　　〕

〔　　　　〕

(c)　起電力をなるべく大きくするには，それぞれの水溶液の濃度をどのようにすればよいかを 40 字程度で記せ。

〔　　　　〕

4

水素・酸素燃料電池の模式図を図 1 に示す。この燃料電池では，触媒を含有する 2 枚の多孔質の電極に仕切られた容器に，電解液として水酸化カリウム水溶液が入れられている。負極側には水素が，正極側には酸素がそれぞれ一定の割合で供給され，それらの気体は多孔質の電極を通して水酸化カリウム水溶液と接触できる仕組みになっている。

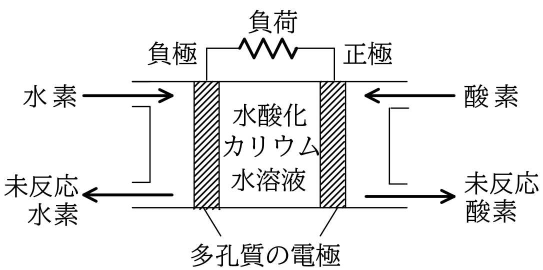


図 1　水素・酸素燃料電池の模式図

二つの電極を導線でつないだ場合，水の電気分解と逆の反応が進行する。すなわち，電解液中の水酸化物イオンの移動により，①負極では水素の酸化反応により水が生成し，②正極では酸素の還元反応が起こる。

これら一連の化学反応をまとめると，燃料電池は，水素の燃焼により放出される化学エネルギーを電気エネルギーとして取り出すことのできる装置であることがわかる。

(1)　下線部 ①，② の反応を，電子 e^- を含む反応式で記せ。

①〔　　　　〕

②〔　　　　〕

(2)　水素・酸素燃料電池を実際に稼動させたところ，出力 (単位時間当たりの電気エネルギー) が 193 W (ワット) で，電圧が 1.00 V であった。次の (a)～(c) に有効数字 2 桁で答えよ。ただし，1 W＝1 V・A＝1 J/s，$F=9.65\times10^4$ C/mol である。

(a)　燃料電池を 3.00×10^3 秒稼動させたときに反応した水素の物質量は何 mol か。

〔　　　　〕mol

(b)　水素の燃焼反応を熱化学方程式で表すと次のようになる。

$$H_2\,(気体) + \frac{1}{2}O_2\,(気体) = H_2O\,(液体) + 286\ \mathrm{kJ}$$

(a) の稼動で反応した水素と同じ物質量の水素を燃焼させると発熱量は何 kJ か。

〔　　　　〕kJ

(c)　(a) の稼動で燃料電池から供給された電気エネルギーは，(b) における水素の燃焼反応による発熱量の何 % か。〔　　　　〕%

5

硫酸銅 (II) 水溶液に白金電極を浸し，鉛蓄電池を用いて 5.0 アンペアの電流を 48 分 15 秒間通じて電気分解した。次の 問いに答えよ。(3)，(4) は有効数字 2 桁で答えよ。ただし，原子量は H＝1.0，O＝16，S＝32，Pb＝207 とし，ファラデー定数 $F=96500$ C/mol とする。

(1)　鉛蓄電池の構造を例のように書け。例：ダニエル電池 (−)Zn|$ZnSO_4$|$CuSO_4$|Cu(＋)

〔　　　　〕

(2)　電気分解中に，鉛蓄電池の正極および負極で起こる反応をイオン反応式で示せ。

正極〔　　　　〕

負極[　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　]

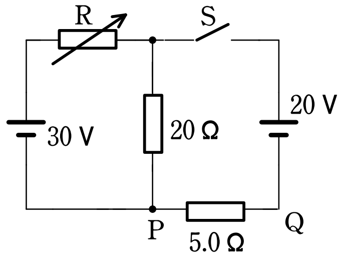
(3)　鉛蓄電池の負極，正極の質量は，それぞれ何 g ずつ変化したか。

負極[　　　　　　　　]，正極[　　　　　　　　　]

(4)　電解後の鉛蓄電池の硫酸濃度が 25 %（質量パーセント濃度）とすると，電解前の鉛蓄電池の硫酸濃度は何 % であったか。ただし，電解後の電解液の質量は 100 g とする。　〔　　　　　〕%

6

図のような回路がある。初めに，スイッチ S を開いておく。



(1)　20 Ω の抵抗を流れる電流が 0.50 A であるとき，可変抵抗 R の抵抗値はいくらか。

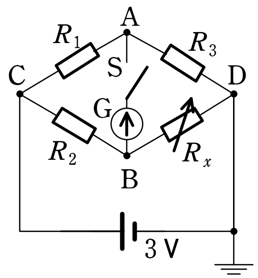
次に，スイッチ S を閉じた。

(2)　5.0 Ω の抵抗を流れる電流を 0 A にしたとき，R の抵抗値はいくらか。また，R を流れる電流はいくらか。

(3)　R の抵抗値を 4.0 Ω にしたとき，5.0 Ω の抵抗を流れる電流の向きを答えよ。

7

図のように抵抗を組み合わせたブリッジ回路がある。抵抗値 R_1，R_2，R_3 はそれぞれ 2 kΩ，4 kΩ，4 kΩ である。G は検流計，S はスイッチ，R_x は可変抵抗器の抵抗値である。電池の起電力は 3 V で，内部抵抗は無視する。



(1)　S を閉じたとき，G の針が振れないように R_x を調節した。この抵抗値 R_x〔kΩ〕を求めよ。

(2)　S を開いたままにしたとき，次の (a)，(b) の値を求めよ。

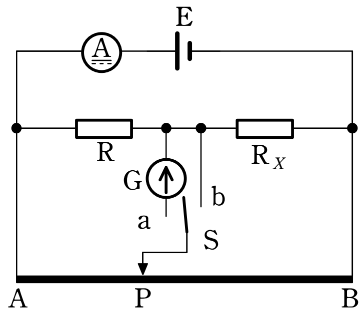
(a)　R_x の値を 2 kΩ としたときの点 B に対する点 A の電位 V〔V〕

(b)　可変抵抗器の抵抗が断線したときの点 B に対する点 A の電位 V'〔V〕

8

次の文中の［　　］に適当な数値を入れよ。

図は長さ 1.00 m の一様な抵抗線 AB，起電力 2.0 V の内部抵抗を無視できる電池 E，抵抗値 5.0 Ω の抵抗 R と未知の抵抗 R_X，電流計，検流計 G，切り替えスイッチ S からなる回路である。

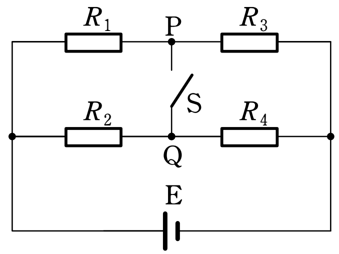


S を a 側に倒し，G に電流が流れないように可動接点 P を調整したところ，AP 間の距離は 25 cm，電流計の読みは 0.30 A であった。R_X の抵抗値は［ア］Ω であり，抵抗線 AB の抵抗値は［イ］Ω である。

次に S を b 側に倒し，P を AP 間の距離が 50 cm の位置に移動した。このとき，電流計の読みは［ウ］A である。

9

抵抗値 $R_1 = 1.0$ Ω，$R_2 = 9.0$ Ω，$R_3 = 7.0$ Ω，$R_4 = 3.0$ Ω の 4 つの抵抗，起電力 24 V の電池 E，スイッチ S を図のように接続した。電池の内部抵抗は無視できるものとする。はじめ，スイッチ S は開いている。



(1)　4 つの抵抗で消費する電力の和は何 W か。

次に，スイッチ S を閉じた。

(2)　4 つの抵抗で消費する電力の和は (1) の何倍か。

(3)　スイッチ S を流れる電流は何 A か。

(4)　(3) で求めた電流の流れの向きは，P → S → Q，Q → S → P のどちらか。

1

解答 (1) (A)　ホールピペット　(B)　ビュレット

(2) (a)　5　(b)　2.5　(c)　3.75×10^{-5}　(d)　3.50×10^{-5}　(e)　4.38×10^{-5}

(f)　14.0

2

解答 (1)　A : Cu　B : Zn　C : Au　D : Sn　E : Ca　F : Ag

G : Fe　H : Pb

(2)　不動態となっているから。

(3)　塩化鉛(Ⅱ)という水に不溶性の塩を生じ，金属表面をおおうため。

(4)　[名称]　亜鉛

[理由]　亜鉛は鉄の表面をおおって内部を保護するため。また，傷がつき鉄が露出しても，イオン化傾向の大きな亜鉛の方が先に酸化されるので，鉄の腐食を防ぐことができるため。

3

解答 (1) (a)　銅板

(b) [亜鉛板]　$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

[銅板]　$2H^+ + 2e^- \longrightarrow H_2$

(c)　亜鉛板は表面から激しく気体を発生しながら溶ける。銅板では何も変化は起こらない。

(2) (a) [亜鉛板]　$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

[銅板]　$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu$

(b)　①　拡散による両極液の混合を防ぐ。

②　SO_4^{2-} と Zn^{2+} を通過させ，電池内に回路をつくる。

(c)　硫酸亜鉛水溶液の濃度を小さくし，硫酸銅(Ⅱ)水溶液の濃度を大きくする。

4

解答 (1)　①　$H_2 + 2OH^- \longrightarrow 2H_2O + 2e^-$

②　$O_2 + 2H_2O + 4e^- \longrightarrow 4OH^-$

(2)　(a)　3.0 mol　(b)　8.6×10^2 kJ　(c)　67 %

5

解答 (1)　$(-)Pb|H_2SO_4|PbO_2(+)$

(2)　正極 : $PbO_2 + 4H^+ + SO_4^{2-} + 2e^- \longrightarrow PbSO_4 + 2H_2O$

負極 : $Pb + SO_4^{2-} \longrightarrow PbSO_4 + 2e^-$

(3)　負極 : 7.2 g 増加，正極 : 4.8 g 増加

(4)　35 %

6

解答 (1)　40 Ω　(2)　抵抗値 : 10 Ω　電流 : 1.0 A　(3)　Q → P の向き

7

解答 (1)　8 kΩ　(2)　(a)　1 V　(b)　−1 V

8

解答 (ア)　15　(イ)　10　(ウ)　0.32

9

解答 (1)　1.2×10^2 W　(2)　1.6 倍　(3)　4.8 A　(4)　P → S → Q

1

解答 (1) (A)　ホールピペット　(B)　ビュレット

(2) (a)　5　(b)　2.5　(c)　3.75×10^{-5}　(d)　3.50×10^{-5}　(e)　4.38×10^{-5}

(f)　14.0

解説 (1)　用いる器具や操作は，中和滴定の場合と同じである。

(2) (a)　酸性条件下で MnO_4^- が酸化剤としてはたらくと，Mn^{2+} に変化し，Mn 原子の酸化数は +7 → +2 に変化する。よって，MnO_4^- 1 mol あたり e^- 5 mol を受け取る。

$$MnO_4^- + 8H^+ + 5e^- \longrightarrow Mn^{2+} + 4H_2O$$

(b)　シュウ酸 $H_2C_2O_4$ が還元剤としてはたらくと，CO_2 に変化し，C 原子の酸化数は +3 → +4 に変化する。よって，$H_2C_2O_4$ 1 mol あたり e^- 2 mol を放出する。

$$H_2C_2O_4 \longrightarrow 2CO_2 + 2H^+ + 2e^-$$

したがって，$KMnO_4$ 2 mol と $H_2C_2O_4$ 5 mol がちょうど反応する。

(c)　加えたシュウ酸は，$12.5 \times 10^{-3} \times \frac{3.00}{1000} = 3.75 \times 10^{-5}$ (mol)

(d)　$KMnO_4$ 2 mol と $H_2C_2O_4$ 5 mol がちょうど反応するので，$H_2C_2O_4$ と反応した

$KMnO_4$ は，　$3.75 \times 10^{-5} \times \frac{2}{5} = 1.50 \times 10^{-5}$ (mol)

加えた $KMnO_4$ は，　$5.00 \times 10^{-3} \times \frac{10.00}{1000} = 5.00 \times 10^{-5}$ (mol)

よって，有機物と反応した $KMnO_4$ は，

$5.00 \times 10^{-5} - 1.50 \times 10^{-5} = 3.50 \times 10^{-5}$ (mol)

(e)　$O_2 + 4H^+ + 4e^- \longrightarrow 2H_2O$

酸化剤として $KMnO_4$ 1 mol は e^- 5 mol，O_2 1 mol は e^- 4 mol を受け取る。

(d) の値を O_2 の物質量に換算すると，

$3.50 \times 10^{-5} \times \frac{5}{4} = 4.375 \times 10^{-5} \fallingdotseq 4.38 \times 10^{-5}$ (mol)

(f)　O_2 の分子量 32 より，試料水 1 L あたりに換算すると，

$4.375 \times 10^{-5} \times 32.0 \times \frac{1000}{100} = 1.40 \times 10^{-2}$ (g)　　よって，14.0 mg

2

解答　(1)　A : Cu　B : Zn　C : Au　D : Sn　E : Ca　F : Ag　G : Fe　H : Pb

(2)　不動態となっているから。

(3)　塩化鉛 (II) という水に不溶性の塩を生じ，金属表面をおおうため。

(4)　[名称]　亜鉛

[理由]　亜鉛は鉄の表面をおおって内部を保護するため。また，傷がつき鉄が露出しても，イオン化傾向の大きな亜鉛の方が先に酸化されるので，鉄の腐食を防ぐことができるため。

(1)　着色した金属 A，C は，Cu (赤) か Au (黄)。常温の水と激しく反応する E は，Ca。高温の水蒸気と反応する B，G は，Zn か Fe。水蒸気と反応せず，希塩酸に溶ける D は，Sn。希塩酸に溶けないが，硝酸に溶ける A，F，H は，Pb，Cu，Ag のいずれかである。

C は王水にのみ溶けるので Au。ゆえに，A は Cu。

電池ではイオン化傾向の大きい金属が負極となるから，イオン化列は H＞F。H が Pb，F が Ag。希硝酸に溶け，濃硝酸には溶けない G は，Fe。

(2)　金属表面に緻密 (ちみつ) な酸化被膜を生じ，この膜が金属内部を保護している状態を，不動態という。

(4)　解答の理由のほかに，亜鉛そのものが表面に酸化被膜をつくっていて，腐食されにくいという理由もある。そのため，トタンは屋外のような水にぬれるところで使われる。

3

解答　(1) (a)　銅板

(b)　[亜鉛板]　$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

[銅板]　$2H^+ + 2e^- \longrightarrow H_2$

(c)　亜鉛板は表面から激しく気体を発生しながら溶ける。銅板では何も変化は起こらない。

(2) (a)　[亜鉛板]　$Zn \longrightarrow Zn^{2+} + 2e^-$

[銅板]　$Cu^{2+} + 2e^- \longrightarrow Cu$

(b)　①　拡散による両極液の混合を防ぐ。

②　SO_4^{2-} と Zn^{2+} を通過させ，電池内に回路をつくる。

(c)　硫酸亜鉛水溶液の濃度を小さくし，硫酸銅 (II) 水溶液の濃度を大きくする。

解説　(1) (c)　イオン化傾向は $Zn > H_2 > Cu$ なので，亜鉛が希硫酸に溶け，亜鉛板上で水素イオンとの間に電子の授受が起こって水素が発生する。

$Zn + 2H^+ \longrightarrow Zn^{2+} + H_2$

(2) (a)　ダニエル電池を放電すると，負極側は $[Zn^{2+}]$ が増加し，正極側は $[Cu^{2+}]$ が減少する。両極側の溶液とも，イオンの電荷のバランスはつねにとれているはずなので，素焼き板の細孔内を Zn^{2+} が左から右へ，SO_4^{2-} が右から左へ移動することによって，電池内にも電流が流れる。

(c)　負極の亜鉛が溶けやすくなり，正極に銅が析出しやすくなる。

4

解答　(1)　①　$H_2 + 2OH^- \longrightarrow 2H_2O + 2e^-$

②　$O_2 + 2H_2O + 4e^- \longrightarrow 4OH^-$

(2)　(a)　3.0 mol　　(b)　8.6×10^2 kJ　　(c)　67 %

解説　(1)　電解液が塩基性 (KOH) なので，

$H_2 \longrightarrow 2H^+ + 2e^-$

という，H^+ を含む式ではなく，OH^- を含む式にする。上式の両辺にそれぞれ $2OH^-$ を加えれば，解答の式が得られる。正極についても，

$O_2 + 4H^+ + 4e^- \longrightarrow 2H_2O$

ではなく，両辺に $4OH^-$ を加えて，解答の式にする。

(2)　水素などの燃料 (負極活物質) と，酸素などの酸化剤 (正極活物質) を用い，負極では酸化反応，正極では還元反応を起こして，燃料のもつ化学エネルギーを直接電気エネルギーに変換する装置を燃料電池という。

(a)　1 W＝1 V･A より，193 W，1.00 V で流れた電流は 193 A である。流れた電子は，

$$\frac{193\times3.00\times10^3}{9.65\times10^4}=6.00\,(\mathrm{mol})$$

よって，負極 ① の反応式の係数比より，反応した水素は，

$$6.00\times\frac{1}{2}=3.00\,(\mathrm{mol})$$

(b)　$286\times3.00=858\fallingdotseq8.6\times10^2$ (kJ)

(c)　1 W＝1 J/s より，(a) のときの電気エネルギーは，

$193\times3.00\times10^3=5.79\times10^5$ (J)　つまり　579 kJ

よって，$\dfrac{579}{858}\times100\fallingdotseq67$ (%)

5

解答　(1)　(−)$Pb|H_2SO_4|PbO_2$(+)

(2)　正極：$PbO_2 + 4H^+ + SO_4{}^{2-} + 2e^- \longrightarrow PbSO_4 + 2H_2O$

負極：$Pb + SO_4{}^{2-} \longrightarrow PbSO_4 + 2e^-$

(3)　負極：7.2 g 増加，正極：4.8 g 増加

(4)　35 %

解説　(2)　負極では，Pb (還元剤) が酸化されて $PbSO_4$ となり，正極では PbO_2 (酸化剤) が還元されて $PbSO_4$ となる。また，PbO_2 は H_2 の発生を防いでいる (減極剤としても作用している)。

(3)　流れた電子 e^- の物質量は，

$$\frac{5.0\times(48\times60+15)}{96500}=0.15\,(\mathrm{mol})$$

電子 2 mol が反応すると，負極では Pb 1 mol が $PbSO_4$ 1 mol に変化し，実質上，SO_4 (式量 96) 1 mol の質量増加になる。

$$0.15\times\frac{1}{2}\times96=7.2\,(\mathrm{g})$$

正極では，実質上，SO_2 (式量 64) 1 mol の質量増加になる。

$$0.15\times\frac{1}{2}\times64=4.8\,(\mathrm{g})$$

(4)　(2) の放電の反応式を一つにまとめると，

$$Pb + PbO_2 + 2H_2SO_4 \xrightarrow{2e^-} 2PbSO_4 + 2H_2O$$

電子 0.15 mol に相当する電気量で充電した状態と考えればよい。充電は上式の逆反応であり，電子 2 mol で H_2O (溶媒) 2 mol が減少し，H_2SO_4 (溶質) 2 mol が増加する。

$$\frac{溶質}{溶液}=\frac{25+0.15\times98}{100+(0.15\times98-0.15\times18)}\times100\fallingdotseq35\,(\%)$$

6

指針　複雑な回路を流れる電流を求めるには，キルヒホッフの法則Ⅰ，Ⅱを用いる。

(Ⅰ)　回路中の交点について　　流れこむ電流の和＝流れ出る電流の和

(Ⅱ)　閉じた経路について　　起電力の和＝電圧降下の和

電流の向きは適当に仮定してよい。計算で得た電流の値が負の場合は仮定と反対の向きに流れる。

解説　(1)　この場合のRの抵抗値を R_1〔Ω〕とする。
図1のように，Rと20Ωの抵抗は直列になり，流れる電流は等しい。電流の向きを図のようにとると，キルヒホッフの法則Ⅱより
図の経路について

$$30=(R_1\times0.50)+(20\times0.50)$$

よって　$R_1=40\ \Omega$

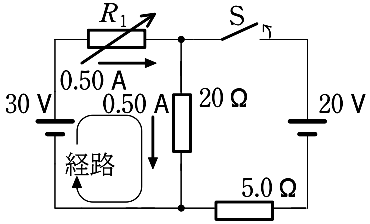


図1

(2)　この場合のRの抵抗値を R_2〔Ω〕とする。
5.0Ωの抵抗に電流が流れないので，20Vの電池での電流の流出，流入はない。回路の電流の向きを図2のようにとると，キルヒホッフの法則Ⅱより
経路1について

$$30=R_2I+20I \qquad \cdots\cdots ①$$

経路2について

$$20=20I+(5.0\times0) \qquad \cdots\cdots ②$$

②式より　$I=1.0$ A
I の値を①式に代入して　$R_2=10\ \Omega$

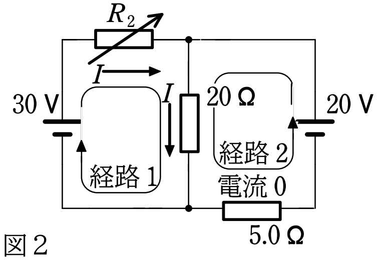


図2

(3)　可変抵抗R(抵抗値4.0Ω)，5.0Ωの抵抗，20Ωの抵抗を流れる電流の向きと大きさを図3のように仮定する。
キルヒホッフの法則Ⅰより
交点a[1]←：$I_1+I_2=I_3$　……③
キルヒホッフの法則Ⅱより
経路1：$30=4.0I_1+20I_3$　……④
経路2：$20=20I_3+5.0I_2$　……⑤
③～⑤式より[2]←　$I_2=-0.60$ A
$I_2<0$ より，I_2 の向きは仮定の向きと反対で，図のQ→Pの向き。

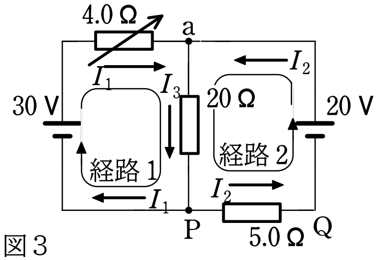


図3

←[1]　交点Pでもよい。
←[2]　③，④式より I_3 を消去して　$15=12I_1+10I_2$　……⑥

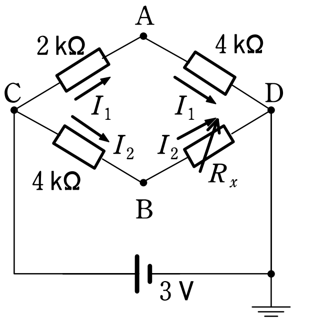
④，⑤式より I_3 を消去して　$10=4.0I_1-5.0I_2$　……⑦
⑥，⑦式より
$I_1=1.75$ A
$I_2=-0.60$ A
③式より
$I_3=1.15$ A

7

指針　(1)　ホイートストンブリッジの式 $\dfrac{R_1}{R_2}=\dfrac{R_3}{R_x}$ が成立。
(2)　点Bに対する点Aの電位＝(点Aの電位 V_{A})－(点Bの電位 V_{B})

解説　(1)　ホイートストンブリッジの式より　$R_x=\dfrac{R_2R_3}{R_1}=\dfrac{4\times4}{2}=8\ \mathrm{k\Omega}$

(2)　R_1，R_3 を流れる電流を I_1，R_2，R_x を流れる電流を I_2 とする(右図)。



$$I_1=\frac{3}{2\times10^3+4\times10^3}=0.5\times10^{-3}\ \mathrm{A}=0.5\ \mathrm{mA}$$

$$I_2=\frac{3}{4\times10^3+R_x\times10^3}\ \text{〔A〕}=\frac{3}{4+R_x}\ \text{〔mA〕}\ \cdots①$$

(a)　$V_{\mathrm{A}}=R_3I_1=(4\times10^3)\times(0.5\times10^{-3})=2$ V
$R_x=2$ kΩのとき，①式より　$I_2=0.5$ mA
よって　$V_{\mathrm{B}}=R_xI_2=1$ V
ゆえに　$V=V_{\mathrm{A}}-V_{\mathrm{B}}=1$ V

(b)　このとき，断線($R_x\to\infty$)により　$I_2=0$
よって，R_2 による電圧降下は0となり，点Bと点Cの電位(＝電池の正極の電位)は等しい。
$V_{\mathrm{B}}=V_{\mathrm{C}}=3$ V
よって　$V'=V_{\mathrm{A}}-V_{\mathrm{B}}=2-3=-1$ V

8

指針　図の装置はメートルブリッジともよばれる，スライド式の簡単なホイートストン

ブリッジである。ホイートストンブリッジの4つの抵抗のうちの2つは，1本の一様な抵抗線の2つの部分を使っている。一様な抵抗線の抵抗値は長さに比例するので，ホイートストンブリッジの回路の式は，次のようになる。

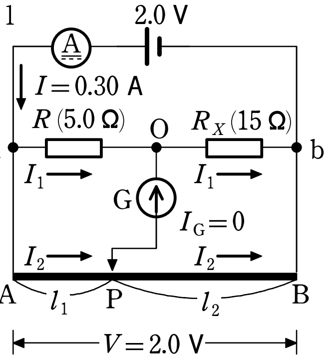
$\dfrac{R}{R_{\mathrm{AP}}}=\dfrac{R_X}{R_{\mathrm{PB}}}$ より　$\dfrac{R}{R_X}=\dfrac{R_{\mathrm{AP}}}{R_{\mathrm{PB}}}=\dfrac{\mathrm{AP}}{\mathrm{PB}}$

解説　(ア)　$\mathrm{AP}=l_1$ (＝25 cm)，$\mathrm{PB}=l_2$ (＝75 cm) とする (図1)。

指針 より　$\dfrac{R}{R_X}=\dfrac{l_1}{l_2}$　　よって　$R_X=\dfrac{l_2}{l_1}R=\dfrac{75}{25}\times5.0=$ **15 Ω**

(イ)　抵抗線ABの抵抗値を r_{AB} [Ω] とし，各抵抗に流れる電流の向きと大きさを図1のように仮定する。

図1



$$I_1=\frac{V}{R+R_X}=\frac{2.0}{5.0+15}=0.10\ \mathrm{A}\quad\cdots\cdots①$$

$$I_2=\frac{V}{r_{\mathrm{AB}}}=\frac{2.0}{r_{\mathrm{AB}}}\ [\mathrm{A}]\quad\cdots\cdots②$$

キルヒホッフの法則Ⅰを点aについて用いて，$I=I_1+I_2$ より

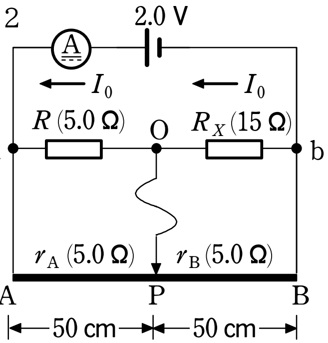
$$I_1+I_2=0.30\ \mathrm{A}\quad\cdots\cdots③$$

①〜③式より　$0.10+\dfrac{2.0}{r_{\mathrm{AB}}}=0.30$

よって　$r_{\mathrm{AB}}=$ **10 Ω**

(ウ)　このときの抵抗線ABの，AP間，PB間の抵抗値をそれぞれ r_{A}，r_{B} [Ω] とする (図2)。一様な導線の抵抗は長さに比例するので

図2



$$r_{\mathrm{A}}=r_{\mathrm{B}}=\frac{r_{\mathrm{AB}}}{2}=5.0\ \Omega$$

このとき，R と r_{A}，R_X と r_{B} はそれぞれ並列[1]←になるので，それぞれの合成抵抗を R_{A}，R_{B} [Ω] とすると

$$\frac{1}{R_{\mathrm{A}}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{r_{\mathrm{A}}}=\frac{1}{5.0}+\frac{1}{5.0}=\frac{2}{5.0}$$

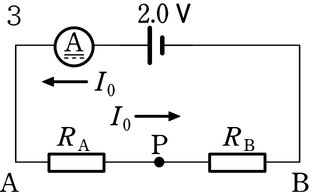
よって　$R_{\mathrm{A}}=2.5\ \Omega$

$$\frac{1}{R_{\mathrm{B}}}=\frac{1}{R_X}+\frac{1}{r_{\mathrm{B}}}=\frac{1}{15}+\frac{1}{5.0}=\frac{4}{15}$$

よって　$R_{\mathrm{B}}=3.75\ \Omega$

R_{A}，R_{B} は直列になるので，回路全体の合成抵抗を R_0 [Ω] とし，全電流 (電流計を流れる電流) を I_0 [A] とすると (図3)

図3



$$I_0=\frac{V}{R_0}=\frac{V}{R_{\mathrm{A}}+R_{\mathrm{B}}}=\frac{2.0}{2.5+3.75}=\mathbf{0.32\ A}$$

←[1]　注　図1の状態ではOP間の電流は0であるが，図2の状態では，OP間に電流が流れており，R と R_X および r_{A} と r_{B} を直列としてはいけない。

9

指針　(1),(2)　4つの抵抗で消費する電力の和は，4つの抵抗の合成抵抗の消費電力に等しい。起電力 E が一定なので，消費電力の和は合成抵抗の大きさに反比例する。

(3),(4)　回路の交点P (あるいはQ) にキルヒホッフの法則Ⅰを適用し，Sを流れる電流の向きと大きさを求める。

解説　(1)　R_1 と R_3 (直列) の合成抵抗を R_{13}，R_2 と R_4 (直列) の合成抵抗を R_{24} とし，R_{13} と R_{24} (並列) の合成抵抗を R_0 とする。

$$R_{13}=R_1+R_3=8.0\ \Omega\qquad R_{24}=R_2+R_4=12.0\ \Omega$$

よって　$\dfrac{1}{R_0}=\dfrac{1}{R_{13}}+\dfrac{1}{R_{24}}=\dfrac{5.0}{24}$　　ゆえに　$R_0=4.8\ \Omega$

4つの抵抗で消費する電力の和は合成抵抗 R_0 の電力 P に等しいから

$$P=\frac{E^2}{R_0}=\frac{24^2}{4.8}=\mathbf{1.2\times10^2\ W}$$

(2)　Sを閉じると，R_1 と R_2，R_3 と R_4 がそれぞれ並列となる。R_1 と R_2 の合成抵抗を R_{12}，R_3 と R_4 の合成抵抗を R_{34} とし，R_{12} と R_{34} (直列) の合成抵抗を R_0' とする。

$\dfrac{1}{R_{12}}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}=\dfrac{10}{9.0}$　　よって　$R_{12}=0.90\ \Omega$

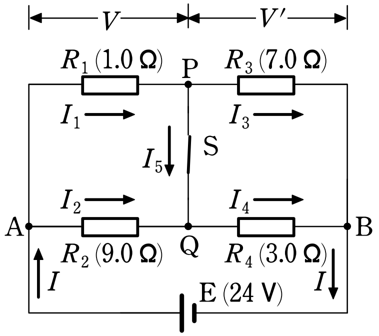
$\dfrac{1}{R_{34}}=\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}=\dfrac{10}{21}$　　よって　$R_{34}=2.1\ \Omega$

したがって　$R_0{}'=R_{12}+R_{34}=3.0\ \Omega$

この場合の4つの抵抗の消費電力の和を P' とすると，E 一定の場合，電力は合成抵抗に反比例[1]← するので

$$\frac{P'}{P}=\frac{R_0}{R_0{}'}=\frac{4.8}{3.0}=\mathbf{1.6\ 倍}$$

(3)　電池，各抵抗およびスイッチに流れる電流を右図のように仮定する。また，R_1 と R_2 (並列) に加わる電圧を V[2]←，R_3 と R_4 (並列) に加わる電圧を V' とする。



全電流　$I=\dfrac{E}{R_0{}'}=\dfrac{24}{3.0}=8.0\ \mathrm{A}$

キルヒホッフの法則 I より

点 A について：$I_1+I_2=8.0$　……①

点 B について：$I_3+I_4=8.0$　……②

点 P について：$I_1=I_3+I_5$　……③

また，電圧 V，V' について，オームの法則 $V=RI$ より

$V=1.0I_1=9.0I_2$　……④

$V'=7.0I_3=3.0I_4$　……⑤

①，④ 式より　$I_1=7.2\ \mathrm{A}$　　$I_2=0.8\ \mathrm{A}$

②，⑤ 式より　$I_3=2.4\ \mathrm{A}$　　$I_4=5.6\ \mathrm{A}$

I_1，I_3 の値を ③ 式に代入して　$I_5=I_1-I_3=\mathbf{4.8\ A}$[3]←

(4)　$I_5>0$[4]← より，スイッチ S を流れる電流の向きは　**P → S → Q の向き**

←[1]　電力の式 $P=\dfrac{V^2}{R}$ より

V 一定 (この場合は E 一定) の場合，P は R に反比例。

←[2]　PQ 間には電流が流れているが，導線 PQ には抵抗がないので，電圧降下はなく，P と Q は等電位。

←[3]　別解　並列回路では，電流は抵抗値に反比例するので

$I_1=\dfrac{9.0}{1.0+9.0}I=7.2\ \mathrm{A}$

$I_3=\dfrac{3.0}{7.0+3.0}I=2.4\ \mathrm{A}$

よって　$I_5=I_1-I_3=7.2-2.4=4.8\ \mathrm{A}$

←[4]　$I_5<0$ になる場合は，仮定した向きと反対になる。