

1

点  $O$  で交わる 2 つの半直線  $OX$ ,  $OY$  があって  $\angle XOY = 60^\circ$  とする。2 点  $A$ ,  $B$  が  $OX$  上に  $O$ ,  $A$ ,  $B$  の順に、また、2 点  $C$ ,  $D$  が  $OY$  上に  $O$ ,  $C$ ,  $D$  の順に並んでいるとして、線分  $AC$  の中点を  $M$ , 線分  $BD$  の中点を  $N$  とする。線分  $AB$  の長さを  $s$ , 線分  $CD$  の長さを  $t$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 線分  $MN$  の長さを  $s$  と  $t$  を用いて表せ。
- (2) 点  $A$ ,  $B$  と  $C$ ,  $D$  が、 $s^2 + t^2 = 1$  を満たしながら動くとき、線分  $MN$  の長さの最大値を求めよ。

2

正四面体  $ABCD$  を考える。点  $P$  は時刻 0 では頂点  $A$  に位置し、1 秒ごとにある頂点から他の 3 頂点のいずれかに、等しい確率で動くとする。このとき、時刻 0 から時刻  $n$  までの間に、4 頂点  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  のすべてに点  $P$  が現れる確率を求めよ。ただし、 $n$  は 1 以上の整数とする。

3

$0 \leq x < 2\pi$  のとき、方程式  $2\sqrt{2}(\sin^3 x + \cos^3 x) + 3\sin x \cos x = 0$  を満たす  $x$  の個数を求めよ。