

1

実数 x, y に対して、等式 $x^2 + y^2 = x + y$ ……① を考える。 $t = x + y$ とおく。

- (1) ①の等式が表す xy 平面上の図形を図示せよ。
- (2) x と y が①の等式を満たすとき、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) x と y が①の等式を満たすとする。 $F = x^3 + y^3 - x^2y - xy^2$ を t を用いた式で表せ。また、 F のとりうる値の最大値と最小値を求めよ。

2

xy 平面上に相異なる4点 A, B, C, D があり、線分 AC と BD は原点 O で交わっている。点 A の座標は $(1, 2)$ で、線分 OA と OD の長さは等しく、四角形 $ABCD$ は円に内接している。 $\angle AOD = \theta$ とおき、点 C の x 座標を a 、四角形 $ABCD$ の面積を S とする。

- (1) 線分 OC の長さを a を用いた式で表せ。また、線分 OB と OC の長さは等しいことを示せ。
- (2) S を a と θ を用いた式で表せ。
- (3) $\theta = 30^\circ$ とし、 $20 \leq S \leq 40$ とするとき、 a のとりうる値の最大値を求めよ。

3

袋の中に0から4までの数字のうち1つが書かれたカードが1枚ずつ合計5枚入っている。4つの数0, 3, 6, 9をマジックナンバーと呼ぶことにする。次のようなルールをもつ、1人で行うゲームを考える。

[ルール] 袋から無作為に1枚ずつカードを取り出していく。ただし、いちど取り出したカードは袋に戻さないものとする。取り出したカードの数字の合計がマジックナンバーになったとき、その時点で負けとし、それ以降はカードを取り出さない。途中で負けとなることなく、すべてのカードを取り出せたとき、勝ちとする。

- (1) 2枚のカードを取り出したところで負けとなる確率を求めよ。
- (2) 3枚のカードを取り出したところで負けとなる確率を求めよ。
- (3) このゲームで勝つ確率を求めよ。