1

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle DBA$ において

$\angle ABC = \angle DBA$ （共通）

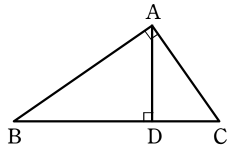
$\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$ （仮定）

2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから

$AB : DB = BC : BA$

よって　$AB \times AB = BC \times BD$　終



2

解説

$\triangle ABC$ と $\triangle DAC$ において

$\angle BCA = \angle ACD$ （共通）

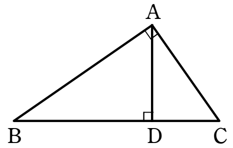
$\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$ （仮定）

2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$

相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから

$AC : DC = BC : AC$

よって　$AC^2 = BC \times CD$



3

解説

(1)　$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

$\angle BAD = \angle CAE$ （共通）

$\angle BDA = \angle CEA = 90^\circ$ （仮定）

2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$

(2)　(1) より，$\triangle ABD \backsim \triangle ACE$ であり，相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから　$AB : AC = AD : AE$

よって　$AB : (6+6) = 6 : 5$

これを解いて　$AB = \dfrac{72}{5}$

したがって　$EB = \dfrac{72}{5} - 5 = \dfrac{47}{5}$ (cm)

4

解説

$\triangle ABE$ と $\triangle CBD$ において

仮定より　$\angle ABE = \angle CBD$ …… ①

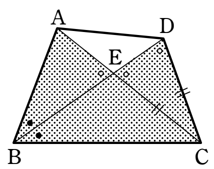
また，$CD = CE$ であるから，二等辺三角形 CDE の底角について　$\angle CED = \angle CDB$ …… ②

対頂角は等しいから

$\angle AEB = \angle CED$ …… ③

②，③ より　$\angle AEB = \angle CDB$ …… ④

①，④ より，2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$　終



5

解説

(1)　$\triangle ABD$ と $\triangle AEF$ において

正三角形の内角はすべて 60° であるから

$\angle ABD = \angle AEF = 60^\circ$ …… ①

また　$\angle BAD = \angle BAC - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC$

$\angle EAF = \angle DAE - \angle DAC = 60^\circ - \angle DAC$

よって　$\angle BAD = \angle EAF$ …… ②

①，② より，2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABD \backsim \triangle AEF$

(2)　$\triangle ABD$ と $\triangle DCF$ において

正三角形の内角はすべて 60° であるから

$\angle ABD = \angle DCF = 60^\circ$ …… ③

(1) より，$\triangle ABD \backsim \triangle AEF$ であり，相似な三角形の対応する角の大きさは等しいから

$\angle BDA = \angle EFA$

$\angle CFD = \angle EFA$ （対頂角）であるから

$\angle BDA = \angle CFD$ …… ④

③，④ より，2組の角がそれぞれ等しいから　$\triangle ABD \backsim \triangle DCF$

(3)　(2) より，$\triangle ABD \backsim \triangle DCF$ であり，相似な三角形の対応する辺の長さの比は等しいから　$AB : DC = BD : CF$

よって　$9 : (9-3) = 3 : CF$

これを解いて　$CF = 2$

したがって　$AF = 9 - 2 = 7$

6

解説

(1)　8 と -8

(2)　$\dfrac{3}{5}$ と $-\dfrac{3}{5}$

(3)　7 と -7

(4)　0.9 と -0.9

7

解説

(1)　$\sqrt{5}\sqrt{7} = \sqrt{5 \times 7} = \sqrt{35}$

(2)　$\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{12}{6}} = \sqrt{2}$

(3)　$\sqrt{3}\sqrt{\dfrac{10}{3}} = \sqrt{3 \times \dfrac{10}{3}} = \sqrt{10}$

(4)　$\sqrt{0.25}\sqrt{12} = \sqrt{0.25 \times 12} = \sqrt{3}$

(5)　$\sqrt{42} \div \sqrt{7} = \dfrac{\sqrt{42}}{\sqrt{7}} = \sqrt{\dfrac{42}{7}} = \sqrt{6}$

(6)　$\sqrt{30} \div \sqrt{6} \times \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{30} \times \sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\dfrac{30 \times 3}{6}} = \sqrt{15}$

8

解説

(1)　$3\sqrt{2} = \sqrt{3^2}\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \times 2} = \sqrt{18}$

(2)　$4\sqrt{5} = \sqrt{4^2}\sqrt{5} = \sqrt{4^2 \times 5} = \sqrt{80}$

(3)　$\dfrac{\sqrt{18}}{3} = \dfrac{\sqrt{18}}{\sqrt{3^2}} = \sqrt{\dfrac{18}{3^2}} = \sqrt{2}$

(4)　$\dfrac{3\sqrt{8}}{2} = \dfrac{\sqrt{3^2}\sqrt{8}}{\sqrt{2^2}} = \sqrt{\dfrac{3^2 \times 8}{2^2}} = \sqrt{18}$

(5)　$\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2^2}\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{2^2 \times 6}{3}} = \sqrt{8}$

別解　$\dfrac{2\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{\dfrac{6}{3}} = 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2}\sqrt{2} = \sqrt{8}$

(6)　$\dfrac{\sqrt{2}\sqrt{20}}{3\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{2}\sqrt{20}}{\sqrt{3^2}\sqrt{5}} = \sqrt{\dfrac{2 \times 20}{3^2 \times 5}} = \sqrt{\dfrac{8}{9}}$

9

解説

(1)　$\sqrt{12} = \sqrt{2^2 \times 3} = \sqrt{2^2}\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

(2)　$\sqrt{50} = \sqrt{5^2 \times 2} = \sqrt{5^2}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

(3)　$\sqrt{24} = \sqrt{2^2 \times 6} = \sqrt{2^2}\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$

(4)　$-\sqrt{72} = -\sqrt{6^2 \times 2} = -\sqrt{6^2}\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$

(5)　$\sqrt{243} = \sqrt{9^2 \times 3} = \sqrt{9^2}\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

10

解説

(1)　$\dfrac{3}{\sqrt{5}} = \dfrac{3 \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$

(2)　$\dfrac{4}{\sqrt{6}} = \dfrac{4 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{6} = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(3)　$\dfrac{5}{2\sqrt{3}} = \dfrac{5 \times \sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{2 \times 3} = \dfrac{5\sqrt{3}}{6}$

(4)　$\dfrac{4}{3\sqrt{2}} = \dfrac{4 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{4\sqrt{2}}{3 \times 2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

(5)　$\dfrac{7}{\sqrt{18}} = \dfrac{7}{3\sqrt{2}} = \dfrac{7 \times \sqrt{2}}{3\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{7\sqrt{2}}{3 \times 2} = \dfrac{7\sqrt{2}}{6}$

$\boxed{11}$

解説

(1)　点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角は

$\angle BOC = 360° - 140° = 220°$

$\angle BAC$ は，点 A を含まない $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから

$\angle x = \frac{1}{2} \times 220° = 110°$

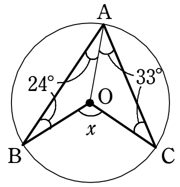
(2)　$\angle ACB$ は $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから

$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\triangle DBC$ において　$\angle x = 180° - (\angle DBC + \angle DCB)$

$= 180° - (62° + 40°) = 78°$

(3)　2 点 A，O を結ぶ。



$\angle BAC = \angle OAB + \angle OAC$

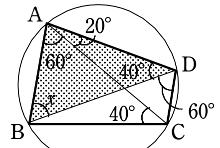
$= \angle OBA + \angle OCA$

$= 24° + 33° = 57°$

$\angle x$ は $\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角であるから

$\angle x = 2\angle BAC = 2 \times 57° = 114°$

(4)　$\angle BAC$ は $\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角であるから



$\angle BAC = \angle BDC = 60°$

$\angle ADB$ は $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角であるから

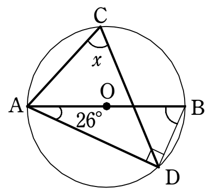
$\angle ADB = \angle ACB = 40°$

よって，$\triangle ABD$ において

$\angle x = 180° - (\angle BAC + \angle DAC + \angle ADB)$

$= 180° - (60° + 20° + 40°) = 60°$

(5)　2 点 B，D を結ぶ。



$\angle ADB$ は半円の弧に対する円周角であるから

$\angle ADB = 90°$

$\triangle ABD$ において

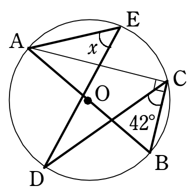
$\angle ABD = 180° - (\angle BAD + \angle ADB)$

$= 180° - (26° + 90°) = 64°$

$\angle ACD$ は $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角であるから

$\angle x = \angle ABD = 64°$

(6)　2 点 A，C を結ぶ。



$\angle ACB$ は半円の弧に対する円周角であるから

$\angle ACB = 90°$

よって　$\angle ACD = 90° - 42° = 48°$

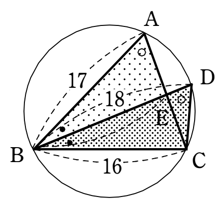
$\angle AED$ は $\overset{\frown}{AD}$ に対する円周角であるから

$\angle x = \angle ACD = 48°$

$\boxed{12}$

解説

(1)　証明　$\triangle ABE$ と $\triangle DBC$ において



仮定から　$\angle ABE = \angle DBC$

$\overset{\frown}{BC}$ に対する円周角より

$\angle BAC = \angle BDC$

すなわち　$\angle BAE = \angle BDC$

よって，2 組の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABE \backsim \triangle DBC$　終

(2)　$\triangle ABE \backsim \triangle DBC$ であるから　$AB : DB = BE : BC$

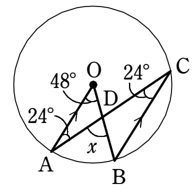
すなわち　$17 : 18 = BE : 16$

これを解いて　$BE = \frac{136}{9}$ cm

$\boxed{13}$

解説

(1)　$OA /\!/ CB$ であるから



$\angle OAC = \angle ACB = 24°$

$\angle AOB$ は $\overset{\frown}{AB}$ に対する中心角であるから

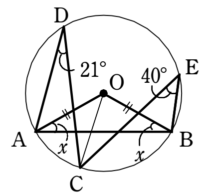
$\angle AOB = 2\angle ACB = 2 \times 24° = 48°$

$\triangle OAD$ の内角と外角の性質により

$\angle x = \angle OAD + \angle AOD$

$= 24° + 48° = 72°$

(2)　2 点 O，C を結ぶ。



$\angle AOC$ は $\overset{\frown}{AC}$ に対する中心角であるから

$\angle AOC = 2\angle ADC$

$= 2 \times 21° = 42°$

$\angle BOC$ は $\overset{\frown}{BC}$ に対する中心角であるから

$\angle BOC = 2\angle BEC$

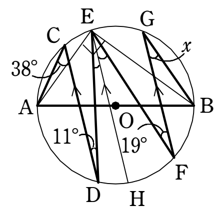
$= 2 \times 40° = 80°$

$\triangle OAB$ において

$2\angle x = 180° - \angle AOB = 180° - (42° + 80°) = 58°$

よって　$\angle x = 29°$

(3)　円周上に点 H を，$CD /\!/ EH$ となるようにとる。



$CD /\!/ EH$ であるから

$\angle DEH = \angle CDE = 11°$

$GF /\!/ EH$ であるから

$\angle FEH = \angle GFE = 19°$

よって　$\angle DEF = 11° + 19° = 30°$

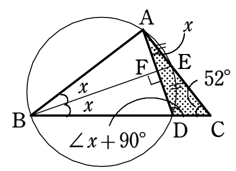
また，$\overset{\frown}{AB}$ は半円の弧であるから　$\angle AEB = 90°$

よって　$\angle ACD + \angle DEF + \angle FGB = 90°$

すなわち　$38° + 30° + \angle x = 90°$

したがって　$\angle x = 22°$

(4)　$\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{ED}$ であるから



$\angle CBE = \angle ABE = \angle x$

よって，$\triangle FBD$ の内角と外角の性質により

$\angle ADC = \angle x + 90°$

ここで，$\angle EAD$ は，$\overset{\frown}{ED}$ に対する円周角であるから

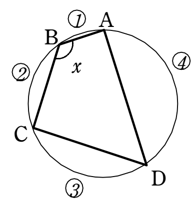
$\angle EAD = \angle EBD = \angle x$

よって，$\triangle ADC$ において

$\angle x + (\angle x + 90°) + 52° = 180°$

これを解いて　$\angle x = 19°$

(5)　$\angle ABC$ は $\overset{\frown}{ADC}$ に対する円周角であるから

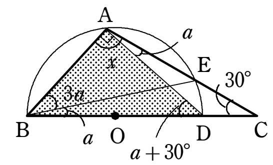


$\angle x = 180° \times \frac{3+4}{1+2+3+4}$

$= 180° \times \frac{7}{10}$

$= 126°$

(6)　線分 AD，BE を引く。



$\overset{\frown}{AE} : \overset{\frown}{ED} = 3 : 1$ であるから

$\angle ABE = 3\angle EBD$

よって，$\angle EBD = a$ とおくと

$\angle ABE = 3a$

$\angle EAD$ は $\overset{\frown}{ED}$ に対する円周角であるから

$\angle EAD = \angle EBD = a$

$\triangle ADC$ の内角と外角の性質により　$\angle ADB = a + 30°$

また，$\angle BAD = 90°$ であるから，$\triangle ABD$ において

$(3a + a) + (a + 30°) + 90° = 180°$

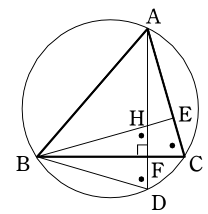
これを解いて　$a = 12°$

したがって　$\angle x = 90° + 12° = 102°$

$\boxed{14}$

解説

証明　線分 BH の延長と辺 AC の交点を E とし，線分 BC, AD の交点を F とする。



$\triangle BFH$ において

$\angle BHF = 180° - (90° + \angle HBF)$

$= 90° - \angle HBF$

$\triangle BEC$ において

$\angle BCE = 180° - (90° + \angle CBE)$

$= 90° - \angle HBF$

よって　$\angle BHF = \angle BCE$　……①

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角より

$\angle ACB = \angle ADB$　……②

①，② より，$\triangle BHD$ において，$\angle BHF = \angle BDF$ であるから　$BH = BD$　終

15

解説

(1)　四角形 ABCD は円に内接しているから　　$\angle x=\angle \mathrm{BAD}=96^\circ$

また　　$\angle y+70^\circ=180^\circ$

よって　　$\angle y=110^\circ$

(2)　四角形 ABCD は円に内接しているから

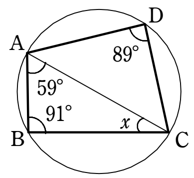
$\angle \mathrm{ABC}+89^\circ=180^\circ$

よって　　$\angle \mathrm{ABC}=91^\circ$

△ABC において

$\angle x=180^\circ-(59^\circ+91^\circ)$

$=30^\circ$



(3)　四角形 ABCD は円に内接しているから

$\angle \mathrm{ABC}+\angle x=180^\circ$

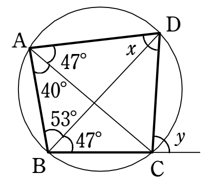
よって　　$\angle x=180^\circ-(53^\circ+47^\circ)=80^\circ$

$\overset{\frown}{\mathrm{DC}}$ に対する円周角より

$\angle \mathrm{DAC}=\angle \mathrm{DBC}=47^\circ$

四角形 ABCD は円に内接しているから

$\angle y=\angle \mathrm{DAB}=47^\circ+40^\circ=87^\circ$



(4)　四角形 ABDE は円に内接しているから

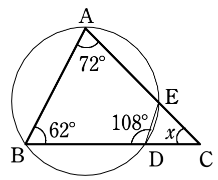
$\angle \mathrm{EAB}+108^\circ=180^\circ$

よって　　$\angle \mathrm{EAB}=72^\circ$

△ABC において

$\angle x=180^\circ-(72^\circ+62^\circ)$

$=46^\circ$



別解　$\angle \mathrm{EDC}=180^\circ-108^\circ=72^\circ$

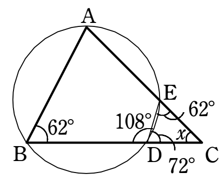
四角形 ABDE は円に内接しているから

$\angle \mathrm{CED}=\angle \mathrm{ABD}=62^\circ$

△CDE において

$\angle x=180^\circ-(72^\circ+62^\circ)$

$=46^\circ$



(5)　四角形 ABCD は円に内接しているから

$\angle \mathrm{BCD}=180^\circ-\angle x$

△EBC の内角と外角の性質から

$\angle \mathrm{EBF}=35^\circ+(180^\circ-\angle x)$

$=215^\circ-\angle x$

△AFB の内角と外角の性質から

$\angle x=27^\circ+(215^\circ-\angle x)$

これを解いて　　$\angle x=121^\circ$