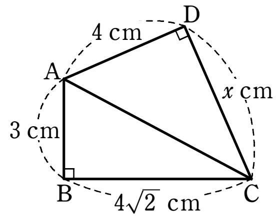
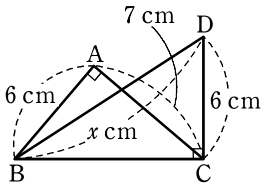
1

次の図において，x の値を求めなさい。

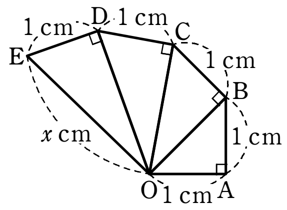
(1)



(2)



(3)



(解説)

(1)　AC$=a$ cm とおく。

直角三角形 ABC において　$(4\sqrt{2})^2+3^2=a^2$

$a^2=41$

$a>0$ であるから　$a=\sqrt{41}$

直角三角形 ACD において　$4^2+x^2=(41)^2$

$x^2=25$

$x>0$ であるから　$x=5$

(2)　BC$=a$ cm とおく。

直角三角形 ABC において　$6^2+7^2=a^2$

$a^2=85$

$a>0$ であるから　$a=\sqrt{85}$

直角三角形 DBC において　$(\sqrt{85})^2+6^2=x^2$

$x^2=121$

$x>0$ であるから　$x=11$

(3)　直角三角形 OAB において　$\mathrm{OB}^2=1^2+1^2=2$

直角三角形 OBC において　$\mathrm{OC}^2=\mathrm{OB}^2+1^2=2+1=3$

直角三角形 OCD において　$\mathrm{OD}^2=\mathrm{OC}^2+1^2=3+1=4$

直角三角形 ODE において　$\mathrm{OE}^2=\mathrm{OD}^2+1^2=4+1=5$

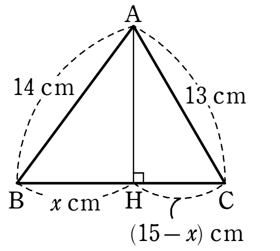
$x>0$ であるから　$x=\sqrt{5}$

2

AB$=14$ cm，BC$=15$ cm，CA$=13$ cm である △ABC において，A から辺 BC に引いた垂線と辺 BC との交点を H とする。

(1)　線分 BH の長さを求めなさい。　　(2)　△ABC の面積を求めなさい。

(解説)



(1)　BH$=x$ cm とおく。

直角三角形 ABH において

$x^2+\mathrm{AH}^2=14^2$

$\mathrm{AH}^2=14^2-x^2$　……①

直角三角形 ACH において

$(15-x)^2+\mathrm{AH}^2=13^2$

$\mathrm{AH}^2=13^2-(15-x)^2$　……②

①，② より　$14^2-x^2=13^2-(15-x)^2$

$30x=252$

$x=\dfrac{42}{5}$

よって　BH$=\dfrac{42}{5}$ cm

(2)　① に $x=\dfrac{42}{5}$ を代入すると

$\mathrm{AH}^2=14^2-\left(\dfrac{42}{5}\right)^2=\dfrac{3136}{25}$

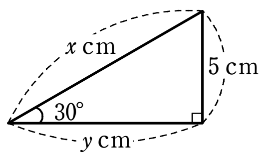
AH>0 であるから　$\mathrm{AH}=\sqrt{\dfrac{3136}{25}}=\dfrac{56}{5}$

よって　$\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times15\times\dfrac{56}{5}=84$ (cm²)

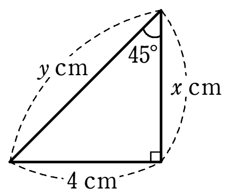
3

次の図において，x，y の値を求めなさい。

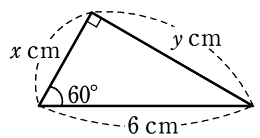
(1)



(2)



(3)



(解説)

(1)　$5:x:y=1:2:\sqrt{3}$　が成り立っている。

$5:x=1:2$　から　$x=10$

$5:y=1:\sqrt{3}$　から　$y=5\sqrt{3}$

(2)　$4:x:y=1:1:\sqrt{2}$　が成り立っている。

$4:x=1:1$　から　$x=4$

$4:y=1:\sqrt{2}$　から　$y=4\sqrt{2}$

(3)　$x:6:y=1:2:\sqrt{3}$　が成り立っている。

$x:6=1:2$　から　$x=3$

$6:y=2:\sqrt{3}$　から　$y=3\sqrt{3}$

4

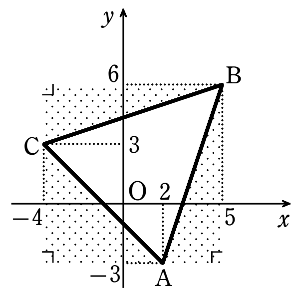
3 点 A (2，−3)，B (5，6)，C (−4，3) について，次の問いに答えなさい。

(1)　線分 AB，BC，CA の長さをそれぞれ求めなさい。

(2)　△ABC はどのような形の三角形か答えなさい。

(解説)

各線分を斜辺とする直角三角形をつくって考える。



(1)　線分 AB について

$5-2=3$，$6-(-3)=9$

三平方の定理により　$\mathrm{AB}^2=3^2+9^2=90$

AB>0 であるから　AB$=3\sqrt{10}$

線分 BC について

$5-(-4)=9$，$6-3=3$

三平方の定理により　$\mathrm{BC}^2=9^2+3^2=90$

BC>0 であるから　BC$=3\sqrt{10}$

線分 CA について

$2-(-4)=6$，$3-(-3)=6$

三平方の定理により　$\mathrm{CA}^2=6^2+6^2=72$

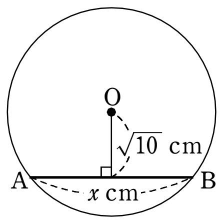
CA>0 であるから　CA$=6\sqrt{2}$

(2)　AB$=$BC$=3\sqrt{10}$ であるから，△ABC は，AB$=$BC の二等辺三角形 である。

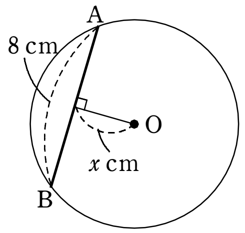
5

次の図において，円 O の半径が 5 cm のとき，x の値を求めなさい。

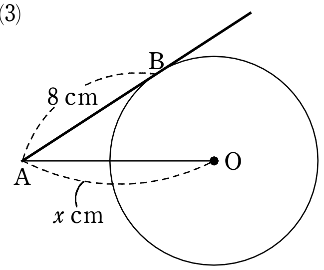
(1)



(2)



(3)



点 B は円 O の接点

解説

三平方の定理を適用する。

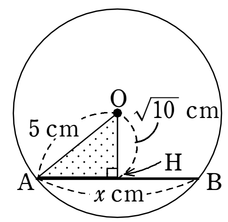
(1)　中心 O から，弦 AB に引いた垂線の足を H とする。

直角三角形 OAH において

$$AH^2=5^2-(\sqrt{10})^2$$
$$=15$$

AH＞0 であるから　$AH=\sqrt{15}$ cm

よって　$x=2\times\sqrt{15}=2\sqrt{15}$



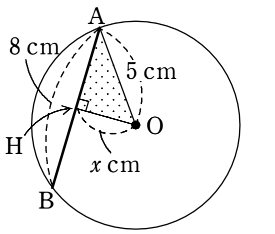
(2)　中心 O から，弦 AB に引いた垂線の足を H とすると

$$AH=8\times\frac{1}{2}$$
$$=4 \text{ (cm)}$$

直角三角形 OAH において

$$x^2=5^2-4^2=9$$

$x>0$ であるから　$x=3$

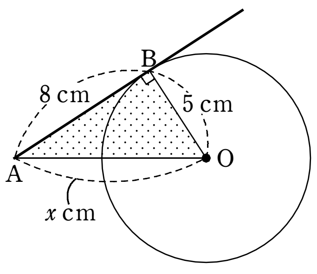


(3)　円の接線は，接点を通る半径に垂直であるから，

△OAB は ∠B＝90° の直角三角形である。

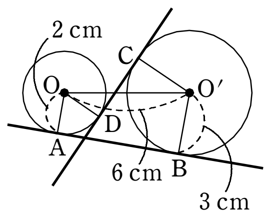
よって　$x^2=8^2+5^2=89$

$x>0$ であるから　$x=\sqrt{89}$



6

右の図において，A，B，C，D は，
2 つの円 O，O′ の共通接線の接点である。
円 O，O′ の半径がそれぞれ 2 cm，3 cm，
中心間の距離が 6 cm であるとき，線分 AB と
CD の長さをそれぞれ求めなさい。



解説

O から，線分 O′B に垂線 OH を引くと

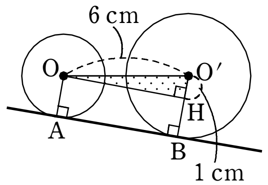
$$O'H=3-2=1 \text{ (cm)}$$

直角三角形 OO′H において

$$OH^2=6^2-1^2=35$$

OH＞0 であるから　$OH=\sqrt{35}$ cm

よって　$AB=\sqrt{35}$ cm



O から，直線 O′C に垂線 OH′ を引くと

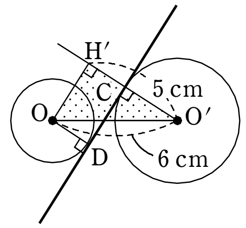
$$O'H'=3+2=5 \text{ (cm)}$$

直角三角形 OO′H′ において

$$OH'^2=6^2-5^2=11$$

OH′＞0 であるから　$OH'=\sqrt{11}$ cm

よって　$CD=\sqrt{11}$ cm

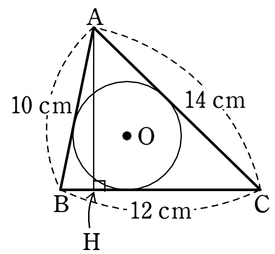


7

右の図において，円 O は △ABC に内接している。
次の問いに答えなさい。

(1)　点 A から辺 BC に引いた垂線の足を H とするとき，線分 AH の長さを求めなさい。

(2)　内接円 O の半径を求めなさい。



解説

(1)　BH＝x cm とする。

直角三角形 ABH において

$$BH^2+AH^2=AB^2$$
$$AH^2=10^2-x^2 \quad \cdots\cdots ①$$

直角三角形 ACH において

$$CH^2+AH^2=AC^2$$
$$AH^2=14^2-(12-x)^2 \quad \cdots\cdots ②$$

①，② から　$10^2-x^2=14^2-(12-x)^2$

$$-24x=-48$$

よって　$x=2$

これを，① に代入して　$AH^2=10^2-2^2=96$

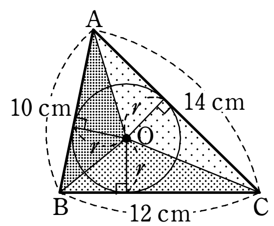
AH＞0 であるから　$AH=4\sqrt{6}$ cm

(2)　円 O の半径を r cm とする。

三角形の面積について，

△OAB＋△OBC＋△OCA＝△ABC であるから

$$\frac{1}{2}\times10\times r+\frac{1}{2}\times12\times r+\frac{1}{2}\times14\times r$$
$$=\frac{1}{2}\times12\times4\sqrt{6}$$
$$18r=24\sqrt{6}$$

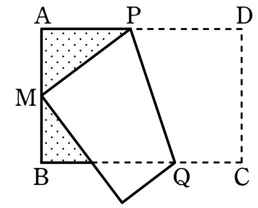


したがって　$r=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

よって，円 O の半径は　$\frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm

8

右の図のように，AB＝6 cm，AD＝9 cm の長方形 ABCD を，頂点 D が辺 AB の中点 M に重なるように折り返す。
折り目を PQ とするとき，△AMP の面積を求めなさい。



解説

AP＝x cm とおくと，PD＝$(9-x)$ cm であるから　PM＝$(9-x)$ cm

AM＝3 cm であるから，直角三角形 AMP において

$$x^2+3^2=(9-x)^2$$

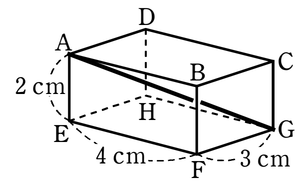
よって　$x=4$

したがって，△AMP の面積は　$\frac{1}{2}\times AP\times AM=\frac{1}{2}\times4\times3=6$　答　6 cm^2

9

右の図のような直方体 ABCD−EFGH において，
線分 AG の長さを求めなさい。

【考え方】線分 AG を辺とする直角三角形を見つける。
たとえば，底面の対角線 EG を引き，
△AEG について考える。



解説

△EFG は直角三角形であるから

$$EG^2=EF^2+FG^2 \quad \cdots\cdots ①$$

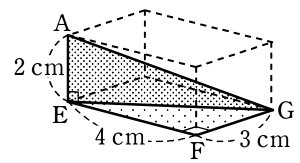
△AEG も直角三角形であるから

$$AG^2=AE^2+EG^2 \quad \cdots\cdots ②$$

①，② から

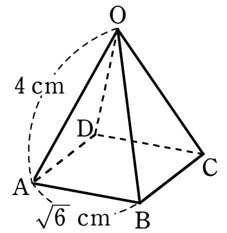
$$AG^2=AE^2+EF^2+FG^2=2^2+4^2+3^2=29$$

AG＞0 であるから　$AG=\sqrt{29}$　答　$\sqrt{29}$ cm



$\boxed{10}$

右の図のような，底面が1辺 $\sqrt{6}$ cm の正方形 ABCD で，他の辺が 4 cmである正四角錐 OABCD があります。この正四角錐の体積を求めなさい。



解説

底面の正方形の対角線の交点を H とすると，
△OAH は直角三角形であるから

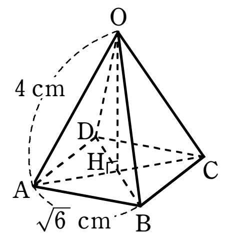
$AH^2+OH^2=4^2$ ……①

線分 AC は正方形 ABCD の対角線であるから

$AC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}\times\sqrt{6}=2\sqrt{3}$

点 H は線分 AC の中点であるから

$AH=\sqrt{3}$ ……②



①，②から　$(\sqrt{3})^2+OH^2=4^2$

$OH^2=13$

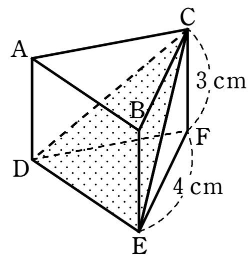
OH＞0 であるから　$OH=\sqrt{13}$

よって，求める体積は

$\frac{1}{3}\times(\sqrt{6})^2\times\sqrt{13}=2\sqrt{13}$

$\boxed{11}$

右の図は，底面が1辺 4 cm の正三角形で，高さが 3 cm の正三角柱 ABC−DEF である。
△CDE の面積を求めなさい。



解説

直角三角形 CEF において　$CE^2=3^2+4^2=25$

CE＞0 であるから　CE＝5 cm

同様に　CD＝5 cm

△CDE において，点 C から辺 DE に垂線 CH を引くと，

H は辺 DE の中点で　HE＝2 cm

直角三角形 CHE において　$CH^2=5^2-2^2=21$

CH＞0 であるから　$CH=\sqrt{21}$ cm

よって，△CDE の面積は　$\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}$　(cm^2)