

1

次の定積分の値を求めよ。

(1) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x} dx$

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos x}$

2

次の定積分を求めよ。

$$\int_0^1 \left(x^2 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right) \left(1 + \frac{x}{(1+x^2)\sqrt{1+x^2}} \right) dx$$

3

n を 3 以上の自然数とする。2 つの箱 X と Y があり、どちらの箱にも 1 から n までの n 枚の番号札が入っている。

A と B の 2 人のうち、A は箱 X から札を 1 枚取り出し、取り出した札の番号を得点とする。B は箱 Y から札を 1 枚取り出し、もし取り出した札の番号が 3 から n までのいずれかであればその番号を得点とし、もし取り出した札の番号が 1 または 2 のいずれかであれば、その札を箱 Y に戻し、再び箱 Y から札を 1 枚取り出し、取り出した札の番号を B の得点とする。

- (1) m を n 以下の自然数とする。B の得点が m になる確率を求めよ。
(2) A の得点より B の得点が大きくなる確率 p_n を求めよ。

4

n を 2 以上の整数とする。2 個のさいころを同時に投げるとき、出た目の数の積を n で割った余りが 1 となる確率を P_n とする。

- (1) P_2, P_3, P_4 を求めよ。 (2) $n \geq 36$ のとき、 P_n を求めよ。
(3) $P_n = \frac{1}{18}$ となる n をすべて求めよ。

5

実数 s, t が $s^2 + t^2 \leq 6$ を満たしながら変わるとき, xy 平面上で点 $(s+t, st)$ が動く領域を A とする。

- (1) $(2, \sqrt{2})$ が領域 A の点かどうか判定せよ。
- (2) A を図示せよ。
- (3) A を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ。