

高2理系数学総合S 確認テスト 後期第11講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (10点)

$x > 0$ に対し, $\int_a^{\log x} f(t) dt = \frac{1}{4} x^2 (2 \log x - 1)$ を満たす関数 $f(t)$ と正の定数 a を求めよ。

1 (10点)

解答 $f(t) = te^{2t}$, $a = \frac{1}{2}$

1 (10点)

$$\int_a^{\log x} f(t) dt = \frac{1}{4} x^2 (2 \log x - 1) \dots\dots \textcircled{1} \text{とおく。}$$

$f(t)$ の不定積分の1つを $F(t)$ とすると $F'(t) = f(t)$

よって $\frac{d}{dx} \int_a^{\log x} f(t) dt = (\log x)' F'(\log x) - 0 = \frac{1}{x} f(\log x)$ 」 2点

また、 $\textcircled{1}$ の右辺を x で微分すると $\frac{1}{2} x (2 \log x - 1) + \frac{1}{2} x = x \log x$ 」 2点

ゆえに $f(\log x) = x^2 \log x$ 」 2点

$\log x = t$ とおくと $x = e^t$ から $f(t) = te^{2t}$ 」 2点

また、 $\log x = a$ のとき、 $x = e^a$ であるから、 $\textcircled{1}$ は $0 = \frac{1}{4} e^{2a} (2a - 1)$

よって $a = \frac{1}{2}$ 」 2点