高2理系数学総合S　確認テスト　後期第9講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／ 10

$\boxed{1}$ （4点）

極限 $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{a\sqrt{x}-4}{x-1}$ が有限な値となるような定数 a の値は $^{ア}\boxed{}$ であり，そのときの極限値は $^{イ}\boxed{}$ である。

$\boxed{2}$ （6点）

無限級数 $3-\dfrac{5}{2}+\dfrac{5}{2}-\dfrac{7}{3}+\dfrac{7}{3}-\dfrac{9}{4}+\cdots\cdots+\dfrac{2n+1}{n}-\dfrac{2n+3}{n+1}+\cdots\cdots$ の収束，発散について調べ，収束する場合は，その和を求めよ。

高2理系数学総合S　確認テスト　後期第9講【解答】

$\boxed{1}$ （4点）

解答　（ア）　4　　（イ）　2

$\boxed{2}$ （6点）

解答　発散

$\boxed{1}$ （4点）

$\displaystyle\lim_{x\to1}(x-1)=0$ であるから，$\displaystyle\lim_{x\to1}\frac{a\sqrt{x}-4}{x-1}$ が有限な値をもつためには

$$\lim_{x\to1}(a\sqrt{x}-4)=0$$　であることが必要。

よって　$a-4=0$　　ゆえに　$a=4$　　」2点

このとき
$$\lim_{x\to1}\frac{4\sqrt{x}-4}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{4(\sqrt{x}-1)}{x-1}=\lim_{x\to1}\frac{4(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(x-1)(\sqrt{x}+1)}$$
$$=\lim_{x\to1}\frac{4}{\sqrt{x}+1}=\frac{4}{1+1}=2$$　」2点

となり，与式は有限な値をもつ。

したがって　$a=$ ア4，極限値は イ2

$\boxed{2}$ （6点）

$$S_{2n}=3-\frac{5}{2}+\frac{5}{2}-\frac{7}{3}+\frac{7}{3}-\frac{9}{4}+\frac{9}{4}-\cdots\cdots-\frac{2n+1}{n}+\frac{2n+1}{n}-\frac{2n+3}{n+1}$$
$$=3-\frac{2n+3}{n+1}$$　」2点

$$S_{2n-1}=S_{2n}-\left(-\frac{2n+3}{n+1}\right)=3$$　」2点

よって
$$\lim_{n\to\infty}S_{2n}=\lim_{n\to\infty}\left(3-\frac{2n+3}{n+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(3-\frac{2+\frac{3}{n}}{1+\frac{1}{n}}\right)=1$$
$$\lim_{n\to\infty}S_{2n-1}=3$$

したがって，与えられた無限級数は発散する。　」2点

参考　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_{2n}=\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{2n+3}{n+1}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(-\frac{2+\frac{3}{n}}{1+\frac{1}{n}}\right)=-2\neq0$ であるから，与えられた無限級数は発散する。