

1

c を正の実数とする。各項が正である数列 $\{a_n\}$ を次のように定める。

a_1 は関数

$$y = x + \sqrt{c - x^2} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{c})$$

が最大値をとるときの x の値とする。 a_{n+1} は関数

$$y = x + \sqrt{a_n - x^2} \quad (0 \leq x \leq \sqrt{a_n})$$

が最大値をとるときの x の値とする。数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \log_2 a_n$ で定める。

- (1) a_1 を c を用いて表せ。
- (2) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (3) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を n と c を用いて表せ。

2

1 辺の長さが $\sqrt{2}$ の正方形 ABCD を底面にもち、高さが 1 である直方体 ABCD - EFGH を、頂点の座標がそれぞれ

$$A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(-1, 0, 0), D(0, -1, 0),$$

$$E(1, 0, 1), F(0, 1, 1), G(-1, 0, 1), H(0, -1, 1)$$

になるように xyz 空間内におく。

- (1) 直方体 ABCD - EFGH を直線 AE の周りに 1 回転してできる回転体を X_1 とし、また直線 AB の周りに 1 回転してできる回転体を X_2 とする。 X_1 の体積 V_1 と X_2 の体積 V_2 を求めよ。
- (2) $0 \leq t \leq 1$ とする。平面 $x=t$ と線分 EF の共有点の座標を求めよ。
- (3) 直方体 ABCD - EFGH を x 軸の周りに 1 回転してできる回転体を X_3 とする。 X_3 の体積 V_3 を求めよ。

3

$a > 1$ とする。 xy 平面において、点 $(a, 0)$ を中心とする半径 1 の円を C とする。

- (1) 円 C の $x \geq a$ の部分と y 軸および 2 直線 $y = 1$, $y = -1$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積 V_1 を求めよ。
- (2) 円 C で囲まれた図形を y 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V_2 とする。
(1) における V_1 について、 $V_1 = 2V_2$ となる a の値を求めよ。

4

$|x| \leq 2$ を満たす複素数 x と, $|y - (8 + 6i)| = 3$ を満たす複素数 y に対して, $z = \frac{x+y}{2}$ とする。このような複素数 z が複素数平面上において動く領域を図示し, その面積を求めよ。