場合の数　解説

1

解説

(1)　1個のさいころを3回投げる場合の数は

$$6\times6\times6=216$$

そのうち，積が奇数になるのは，3回とも奇数の場合で

$$3\times3\times3=27$$

したがって，積が偶数になる場合の数は

$$216-27=189$$

(2)　和が偶数になるのは，3回とも偶数か，2回が奇数1回が偶数(奇奇偶，奇偶奇，偶奇奇)の場合で，その数は

$$3\times3\times3+3\times(3\times3\times3)=108$$

2

解説

(1)　女子3人をまとめて考えて5+1(個)の順列で　${}_6P_6$通り。

そのおのおのに対して，女子の並び方は　${}_3P_3$通り。

よって，積の法則により　${}_6P_6\times{}_3P_3=4320$(通り)

(2)　男子を●，女子を○で表すと，男子は男子，女子は女子で続いて並ぶ並び方は

●●●●●○○○　　○○○●●●●●　の2通り。

そのおのおのに対して，並び方は　${}_5P_5\times{}_3P_3$通り。

ゆえに　$2\times{}_5P_5\times{}_3P_3=1440$ (通り)

(3)　男子5人の並び方は　${}_5P_5$通り。

そのおのおのに対して，男子と男子の間とその両端の6か所に女子3人を並べる並び方は${}_6P_3$通り。

よって，積の法則により　${}_5P_5\times{}_6P_3=14400$(通り)

3

解説

(1)　万の位は1～5から1個取るから　5通り。そのおのおのの場合について，千，百，十，一の位は，0と残りの4個の5個から4個取る順列で　${}_5P_4$通り。

よって，求める5桁の整数は　$5\times{}_5P_4=600$ (個)

(2)　[1]　一の位が0のとき　万，千，百，十の位は0以外の5個から4個取る順列で　${}_5P_4$個。

[2]　一の位が2，4のとき　万の位は0を除く4個から1個取るから4通り。千，百，十の位は更に0と残りの3個の4個から3個取る順列で　${}_4P_3$通り。

よって　$2\times4\times{}_4P_3$個。

以上により　${}_5P_4+2\times4\times{}_4P_3=120+192=312$ (個)

(3)　[1]　万の位が2のとき　千の位は4，5の2個から1個取るから2通り。百，十，一の位は残り4個から3個取る順列で　${}_4P_3$通り。

よって　$2\times{}_4P_3$個。

[2]　万の位が3，4，5のとき　千，百，十，一の位は残り5個から4個取る順列で　${}_5P_4$通り。　よって　$3\times{}_5P_4$個。

以上により　$2\times{}_4P_3+3\times{}_5P_4=48+360=408$ (個)

4

解説

A○○○○，AB○○○，ABC○○という文字列は，それぞれ

${}_4P_4=24$(個)，${}_3P_3=6$(個)，2個　ある。

(1)　$55=24\times2+6\times1+1$　　48番目はBEDCA，54番目はCAEDB

よって，55番目は　CBADE

(2)　A○○○○，B○○○○，C○○○○という文字列は全部で

$${}_4P_4\times3=72\text{(個)}$$

DA○○○，DBA○○，DBC○○，DBEACの順に考えて

${}_3P_3+2\times2+1=11$　　よって　$72+11=83$(番目)

5

解説

(1)　1個の玉について，2通りの箱の選び方があるから，全部で2^8通り。

このうち，すべて同じ箱に入ってしまうのが2通りある。

したがって，入れ方の総数は　$2^8-2=254$(通り)

(2)　(1)において，箱の区別をなくすと　$254\div2=127$(通り)

6

解説

[1]　$x>y>z$のとき

0～9の10個の数字から3個を選んで，大きいものから順にx，y，zとすると考えて

$${}_{10}C_3=120\text{ (個)}$$

[2]　$x=y>z$のとき

0～9の10個の数字から2個を選んで，大きいものから順にy，zとすると考えて

$${}_{10}C_2=45\text{ (個)}$$

よって，求める3桁の整数の個数は　$120+45=165$ (個)

7

解説

この場合，4個の同じものと（3−1）個の同じものの順列の個数に等しい。

したがって　${}_{3-1+4}C_4={}_6C_4={}_6C_2=15$(通り)

参考　上の組合せは4個の・と(3−1)個の仕切り|を並べることと同じ。

$aaaa$，$aaab$，……，$abbc$，……，$accc$，……，$bbcc$

・・・・||　・・・|・|　・|・・|・　・||・・・　|・・|・・

のように対応づけて考える。

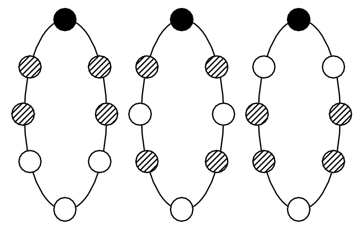
一般に，異なるn個のものから，重複を許してr個を取る組合せを重複組合せという。その総数は，r個の・と$(n-1)$本の|の順列の個数に等しく，${}_{(n-1)+r}C_r$である。

8

解説

(1)　黒玉1個を固定すると，残り青玉4個と白玉3個の順列に等しい。

よって　$\dfrac{7!}{4!3!}=35$(通り)



(2)　(1)のうち，左右対称であるものは右の図から　3通り

(3)　輪の場合，左右対称である円順列は裏返すと自分自身になるから1個と数える。

一方，左右対称でない円順列は裏返すと同じになるペアがあるから ÷2 となる。

したがって　$3+\dfrac{35-3}{2}=19$(通り)