

高2理系数学総合S 確認テスト 後期第10講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (10点)

n を自然数とするとき、すべての正の数 x に対して $\log x + \frac{a}{x^n} > 0$ が成り立つような実数 a の範囲を n を用いて表せ。

1 (10点)

解答 $a > \frac{1}{ne}$

1 (10点)

与えられた不等式より $\frac{a}{x^n} > -\log x$

$x^n > 0$ であるから $a > -x^n \log x \dots\dots \textcircled{1}$ 」 2点

すべての正の数 x に対して、 $\textcircled{1}$ が成り立つような a の値の範囲を求める。

$f(x) = -x^n \log x$ とおくと $f'(x) = -nx^{n-1} \log x - x^{n-1} = -x^{n-1}(n \log x + 1)$

$x > 0$ において、 $f'(x) = 0$ とすると $x = e^{-\frac{1}{n}}$

よって、 $f'(x)$ の増減表は次のようになる。

x	0	...	$e^{-\frac{1}{n}}$...
$f'(x)$	/	+	0	-
$f(x)$	/	↗	極大	↘

」 5点

よって、 $f(x)$ の最大値は $f(e^{-\frac{1}{n}}) = -e^{-\frac{1}{n} \cdot n} \log e^{-\frac{1}{n}} = \frac{1}{ne}$

したがって、求める a の値の範囲は、 $\textcircled{1}$ より $a > \frac{1}{ne}$ 」 3点