

コラボ模試 中3標準 解答

- 1 解答 (1) (アイ) 90 (ウエオ) -15 (2) (カキ) 80 (クケコサ) 1080
(3) (シ) 2 (ス) 3 (セソ) -6 (タ) 2
(4) (チ) 1 (ツ) 2 (テ) 6 (ト) 3 (ナ) 4

解説

- (1) $(x^2-3y)^5$ の展開式の一般項は

$${}_5C_r(x^2)^{5-r}(-3y)^r = {}_5C_r(-3)^r x^{10-2r} y^r$$

x^6y^2 は $10-2r=6$ かつ $r=2$ すなわち $r=2$ のときであるから、係数は

$${}_5C_2(-3)^2 = \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} \cdot 9 = 90$$

また、 x^8y は $10-2r=8$ かつ $r=1$ すなわち $r=1$ のときであるから、係数は

$${}_5C_1(-3)^1 = 5 \cdot (-3) = -15$$

- (2) $(a+2b+3)^5$ の展開式における一般項は

$$\frac{5!}{p!q!r!} a^p 2b^q 3^r = \frac{5!2^q 3^r}{p!q!r!} a^p b^q$$

ただし、 $p+q+r=5$ である。

$$a^2b^3の項の係数は、p=2, q=3, r=0のときで \frac{5!2^3 3^0}{2!3!0!} = 80$$

$$abの項の係数は、p=1, q=1, r=3のときで \frac{5!2^1 3^3}{1!1!3!} = 1080$$

- (3) 右の計算から、

$$\text{商は } x^2 - 2x - 3$$

$$\text{余りは } -6x + 2$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x - 3 \\ x^2 - 2x - 1 \overline{) x^4 - 4x^3 } \\ \underline{x^4 - 2x^3 - x^2} \\ -2x^3 + x^2 + 2x \\ \underline{-2x^3 + 4x^2 + 2x} \\ -3x^2 + 5 \\ \underline{-3x^2 + 6x + 3} \\ -6x + 2 \end{array}$$

- (4) 右の計算から、余りは

$$(b-a-1)x - 2a + 6$$

よって、割り切れるとき

$$(b-a-1)x - 2a + 6 = 0$$

すなわち $b-a-1=0$, $-2a+6=0$

ゆえに $a=3$, $b=4$

$$\begin{array}{r} x + (a-1) \\ x^2 + x + 2 \overline{) x^3 + ax^2 } \\ \underline{x^3 + x^2 } \\ (a-1)x^2 + (b-2)x \\ \underline{(a-1)x^2 + (a-1)x + 2a-2} \\ (b-a-1)x - 2a + 6 \end{array}$$

- 2 解答 (1) (ア) 3 (イ) 7 (ウ) 1 (エ) 4
(2) (オ) 3 (カ) 1 (キ) 4
(3) $\frac{(ク)}{(ケ)} \frac{3}{4}$ $\frac{(コ)}{(サ)} \frac{3}{4}$ $\frac{(シ)}{(ス)} \frac{1}{4}$
(4) (セ) 2 (ソタ) 14 (チツ) 12 (テ) 2 (5) (ト) 3

解説

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{x+3}{x^2-1} + \frac{2x+5}{x^2+5x+4} &= \frac{x+3}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} \\ &= \frac{(x+3)(x+4)}{(x+1)(x-1)(x+4)} + \frac{(2x+5)(x-1)}{(x+1)(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{(x+3)(x+4) + (2x+5)(x-1)}{(x+1)(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{3x^2+10x+7}{(x+1)(x-1)(x+4)} = \frac{(3x+7)(x+1)}{(x+1)(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{3x+7}{(x-1)(x+4)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (\text{与式}) &= \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4}{(x+1)(x+4)} - \frac{x+1}{(x+1)(x+4)} = \frac{x+4-(x+1)}{(x+1)(x+4)} = \frac{3}{(x+1)(x+4)} \end{aligned}$$

- (3) 左辺を x について整理すると

$$(a-b)x^2 + (-a+3c)x + 3b - c = 2$$

両辺の係数を比較すると

$$a-b=0, -a+3c=0, 3b-c=2$$

$$\text{これを解くと } a = \frac{3}{4}, b = \frac{3}{4}, c = \frac{1}{4}$$

- (4) $2x^3 = a + b(x-1) + c(x-1)(x-2) + d(x-1)(x-2)(x-3)$ とおく。

この式の両辺に $x=1, 2, 3, 0$ を代入すると

$$2 = a \quad \dots\dots \textcircled{1}, \quad 16 = a + b \quad \dots\dots \textcircled{2},$$

$$54 = a + 2b + 2c \quad \dots\dots \textcircled{3}, \quad 0 = a - b + 2c - 6d \quad \dots\dots \textcircled{4}$$

$$\textcircled{1} \text{ から } a = 2 \quad \dots\dots \textcircled{1}'$$

$$\textcircled{1}' \text{ を } \textcircled{2} \text{ に代入して } 16 = 2 + b$$

$$\text{よって } b = 14 \quad \dots\dots \textcircled{2}'$$

$$\textcircled{1}', \textcircled{2}' \text{ を } \textcircled{3} \text{ に代入して } 54 = 2 + 28 + 2c$$

$$\text{よって } c = 12 \quad \dots\dots \textcircled{3}'$$

$$\textcircled{1}', \textcircled{2}', \textcircled{3}' \text{ を } \textcircled{4} \text{ に代入して } 0 = 2 - 14 + 24 - 6d$$

$$\text{よって } d = 2$$

逆にこのとき、確かに恒等式となる。

- (5) ① 右辺 $= (4x)^2 - 3^2 = 16x^2 - 9$ よって、恒等式である。

$$\textcircled{2} \text{ 左辺 } = x^2 - 2x - 3$$

左辺と右辺が異なるから、恒等式ではない。

$$\textcircled{3} \text{ 左辺 } = x^2 + 2x - 3$$

左辺と右辺が異なるから、恒等式ではない。

$$\textcircled{4} \text{ 左辺 } = x^2 - 2 \cdot 7x + 7^2 = x^2 - 14x + 49 \quad \text{よって、恒等式である。}$$

$$\textcircled{5} \text{ 左辺 } = \frac{2(2x-1)}{x(2x-1)} + \frac{x}{x(2x-1)} = \frac{4x-2+x}{x(2x-1)} = \frac{5x-2}{x(2x-1)}$$

左辺と右辺が異なるから、恒等式ではない。

$$\textcircled{6} \text{ 左辺 } = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} - \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{x+1-(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2}{x^2-1}$$

よって、恒等式である。

以上から、恒等式は ①, ④, ⑥の3つ

- 3 解答 (1) (ア) ③ (イウ) -3 (エ) 1

解説

$$(1) \quad (x^2+2)-2x = x^2-2x+2 = (x-1)^2+1 > 0$$

$$\text{よって } 2x < x^2+2 \quad (\textcircled{7})$$

$$(2) \quad (\text{左辺}) - (\text{右辺}) = x^2+6x+y^2-(2y-10)$$

$$= (x^2+6x+9) - 9 + y^2 - 2y + 10$$

$$= (x+3)^2 + y^2 - 2y + 1 = (x+3)^2 + (y-1)^2 \geq 0$$

$$\text{よって } x^2+6x+y^2 \geq 2y-5$$

番号が成り立つのは、 $x+3=0$ かつ $y-1=0$, すなわち $x=-3$ かつ $y=1$ のときである。

コラボ模試 中3標準 解答

4 解答 (1) (アイ) -5 (ウエ) -5 (2) (オ) 0 (カキ) -2

(3) (ク) 1 (ケ) 4

(4) (コサ) -7 (シス) 11 (セ) 4 (ソ) 1

解説

$$\begin{aligned}(1) \quad \frac{2+4i}{1+i} - (3+i)^2 &= \frac{(2+4i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} - (9+6i+i^2) \\ &= \frac{2+2i-4i^2}{1^2-i^2} - (9+6i-1) \\ &= \frac{2+2i+4}{1-(-1)} - 8-6i \\ &= 1+i+2-8-6i \\ &= -5-5i\end{aligned}$$

よって、実部は $^{-7}5$ 、虚部は $^{-7}5$

$$(2) \quad \text{与式から} \quad (3x+y+2)+(x-2y-4)=0$$

x, y は実数であるから、 $3x+y+2, x-2y-4$ も実数である。

$$\text{よって} \quad 3x+y+2=0, \quad x-2y-4=0$$

$$\text{これを解いて} \quad x=^{\ast}0, \quad y=^{\ast}2$$

$$(3) \quad 2 \text{ 次方程式 } x^2+2ax+5a-4=0 \text{ の判別式を } D \text{ とすると、異なる 2 つの虚数解をもつとき}$$

$$D<0$$

$$\text{よって} \quad \frac{D}{4}=a^2-1 \cdot (5a-4)<0 \quad \text{すなわち} \quad a^2-5a+4<0$$

$$\text{ゆえに} \quad (a-1)(a-4)<0 \quad \text{よって} \quad ^{\circ}1<a<^{\circ}4$$

$$(4) \quad \text{解と係数の関係により} \quad \alpha+\beta=-1, \quad \alpha\beta=4$$

$$\text{よって} \quad \alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-1)^2-2 \cdot 4=^{-\circ}3-7$$

$$\begin{aligned}\alpha^3+\beta^3 &= (\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta) \\ &= (-1)^3-3 \cdot 4 \cdot (-1) \\ &= ^{\circ}1-12\end{aligned}$$

$$\text{また、解の和は} \quad \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-1}{4}$$

$$\text{解の積は} \quad \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\beta} = \frac{1}{\alpha\beta} = \frac{1}{4}$$

ゆえに、 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ を解にもつ 2 次方程式の 1 つは

$$x^2 - \left(-\frac{1}{4}\right)x + \frac{1}{4} = 0$$

$$\text{すなわち} \quad ^{\circ}4x^2+x+^{\circ}1=0$$

5 解答 (1) (アイ) 21 (2) (ウエ) -5 (オ) 2 (3) (カ) 5 (キ) 1

解説

$$(1) \quad f(x)=3x^3-2x^2+5x-5 \text{ とすると、} x-2 \text{ で割った余りは}$$

$$f(2)=3 \cdot 2^3-2 \cdot 2^2+5 \cdot 2-5=^{\circ}7-21$$

$$(2) \quad f(x)=2x^3+a^2x^2-3(a-1)x-5 \text{ とすると、} x+1 \text{ で割り切れるとき}$$

$$f(-1)=0$$

$$\text{すなわち} \quad 2 \cdot (-1)^3 + a^2 \cdot (-1)^2 - 3(a-1) \cdot (-1) - 5 = 0$$

$$\text{よって} \quad a^2+3a-10=0 \quad \text{したがって} \quad (a+5)(a-2)=0$$

$$\text{ゆえに} \quad a=^{\circ}5-5, \quad ^{\ast}2$$

$$(3) \quad f(x) \text{ を } (x+1)(x-3) \text{ で割ったときの商を } g(x), \text{ 余りを } mx+n \text{ (} m, n \text{ は実数) と}$$

$$\text{すると} \quad f(x)=(x+1)(x-3)g(x)+mx+n$$

$$f(-1)=-4, \quad f(3)=16 \text{ であるから} \quad -m+n=-4, \quad 3m+n=16$$

$$\text{これを解くと} \quad m=5, \quad n=1 \quad \text{ゆえに、求める余りは} \quad ^{\ast}5x+^{\ast}1$$

6 解答 (1) (アイ) -4 (ウエ) -1 (オ) 3

$$(2) \quad (カ) 4 \quad (キ) 6 \quad (ク) 2 \quad (ケコ) -2 \quad \sqrt{(\ast)} \quad \sqrt{2} \quad \sqrt{(\ast)} \quad \sqrt{6}$$

解説

$$(1) \quad f(x)=x^3+2x^2-11x-12 \text{ とすると、} f(-1)=(-1)^3+2 \cdot (-1)^2-11 \cdot (-1)-12=0$$

$$\text{であるから、方程式は}$$

$$(x+1)(x^2+x-12)=0 \quad \text{すなわち} \quad (x+1)(x-3)(x+4)=0$$

$$\text{ゆえに} \quad x=^{\circ}1-4, \quad ^{\circ}3-1, \quad ^{\ast}3$$

$$(2) \quad t=x^2+4x \text{ から}$$

$$t^2=(x^2+4x)^2=x^4+8x^3+16x^2$$

$$\text{①は} \quad (x^4+8x^3+16x^2)+4(x^2+4x)-12=0$$

$$\text{よって} \quad t^2+^{\ast}4t-12=0$$

$$\text{すなわち} \quad (t+6)(t-2)=0$$

$$\text{ゆえに} \quad (x^2+4x+^{\ast}6)(x^2+4x-^{\circ}2)=0$$

$$\text{よって} \quad x^2+4x+6=0 \text{ または } x^2+4x-2=0$$

$$\text{したがって} \quad x=^{\circ}2-2 \pm \sqrt{^{\circ}2}i, \quad -2 \pm \sqrt{^{\circ}2}i$$