

1

定積分 $\int_0^{\frac{1}{2}} (x+1)\sqrt{1-2x^2} dx$ を求めよ。

2

定積分 $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{1}{x^2} \log \sqrt{1+x^2} dx$ の値を求めよ。

3

θ を $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ を満たす実数とし、原点 O 、 $A(1, 0)$ 、 $B(\cos 2\theta, \sin 2\theta)$ を頂点とする $\triangle OAB$ の内接円の中心を P とする。また、 θ がこの範囲を動くときに点 P が描く曲線と線分 OA によって囲まれた部分を D とする。

- (1) 点 P の座標は $\left(1 - \sin \theta, \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 + \sin \theta}\right)$ で表されることを示せ。
- (2) D を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積を求めよ。

4

t を正の実数とする。 xy 平面において、連立不等式

$$x \geq 0, y \geq 0, xy \leq 1, x + y \leq t$$

の表す領域の面積を $S(t)$ とおく。極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} (S(t) - 2 \log t)$ を求めよ。