

1

座標平面上の2点 $(-2, 0)$, $(4, -2)$ を通る直線を l とする。また、点 $(-1, a-1)$ を通り、傾きが $-\frac{a}{2}$ である直線を m とする。ただし、 a は正の実数である。

(1) l の方程式は $x + \boxed{\text{ア}}y + \boxed{\text{イ}} = 0$ であり、また、 m の方程式は $\boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}y + \boxed{\text{オ}} - a = 0$ である。

$a = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ のとき2直線 l と m は一致し、 $a \neq \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ のとき l と m の交点は $(\boxed{\text{ク}}, \boxed{\text{ケコ}})$ である。

(2) 以下、 $a \neq \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ とし、連立不等式 $\begin{cases} x + \boxed{\text{ア}}y + \boxed{\text{イ}} \geq 0 \\ \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}y + \boxed{\text{オ}} - a \leq 0 \end{cases}$ の表す領域を D とする。

D から境界線を除いた領域に原点 O が含まれるための必要十分条件は $\boxed{\text{サ}}$ である。

$\boxed{\text{サ}}$ に当てはまるものを、次の ① ~ ⑤ のうちから一つ選べ。

① $0 < a < \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$

② $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < 1$

③ $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < a < 2$

④ $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} < a$

⑤ $1 < a$

⑥ $2 < a$

a は $\boxed{\text{サ}}$ を満たすとする。原点を中心とし、 D に含まれる円を考える。そのような円のなかで半径が最大のものを C とする。 C の半径は

$a \geq \boxed{\text{シ}}$ のとき $\frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$

$a < \boxed{\text{シ}}$ のとき $\frac{\boxed{\text{タ}} - \boxed{\text{チ}}}{\sqrt{a^2 + \boxed{\text{ツ}}}}$

である。特に $a = \boxed{\text{シ}}$ のとき、 C の方程式は $x^2 + y^2 = \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ であり、 C と l 、 C

と m の共有点の座標は、それぞれ $\left(\frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \frac{\boxed{\text{ネノ}}}{\boxed{\text{ハ}}}\right)$, $\left(\frac{\boxed{\text{ヒ}}}{\boxed{\text{フ}}}, \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}\right)$ である。

2

1個のサイコロを何回か投げ、投げるたびに目に応じて次のように得点するゲームを考える。サイコロを1回投げたとき得られる点数は、1の目が出たときは2点、2または3の目が出たときは1点、4、5または6の目が出たときは0点である。そして、サイコロを投げるたびに得られる点数の総和を合計得点とよぶ。このゲームは合計得点が2点以上になるか、サイコロを10回投げると終了する。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) サイコロを1回投げてゲームが終了する確率を求めよ。
- (2) サイコロをちょうど2回投げてゲームが終了する確率を求めよ。
- (3) サイコロをちょうど3回投げてゲームが終了する確率を求めよ。
- (4) 4、5または6の目が出たときには0点であるだけでなく、それまでの得点がすべて0点になるというルールを追加する。このとき、サイコロをちょうど3回投げてゲームが終了する確率を求めよ。

3

1から n までの自然数 $1, 2, 3, \dots, n$ の和を S とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) n を4で割った余りが0または3ならば、 S が偶数であることを示せ。
- (2) S が偶数ならば、 n を4で割った余りが0または3であることを示せ。
- (3) n を8で割った余りが3または4ならば、 S が4の倍数でないことを示せ。