

高2理系数学総合S 確認テスト 1～3月期第4講

氏名 _____ 得点 / 10

1 (1)3点 (2)7点

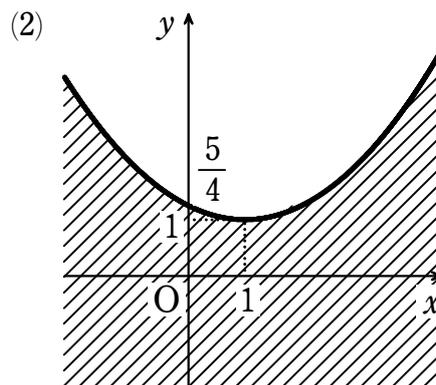
k を実数とする。直線 L を $y = kx + 1 - k - k^2$ とする。

- (1) 直線 L が点 $(2, 1)$ を通るような k の値を求めよ。
- (2) k の値が実数全体を動くとき、直線 L が通る範囲を求め、図示せよ。

1 (1) 3点 (2) 7点

解答 (1) $k=0, 1$

(2) $y \leq \frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$; [図], 境界線を含む



1 (1) 3点 (2) 7点

(1) $x=2, y=1$ を L の式に代入して $1 = k \cdot 2 + 1 - k - k^2$

すなわち $k^2 - k = 0$ よって $k(k-1) = 0$

ゆえに $k=0, 1$

(2) L の式を k について整理すると

$$k^2 - (x-1)k + y - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

直線 L が点 (x, y) を通るとき, ① を満たす実数 k が存在する。

よって, k の 2 次方程式 ① の判別式を D とすると

$$D = \{-(x-1)\}^2 - 4(y-1) \geq 0 \quad \text{] 3点}$$

すなわち $y - 1 \leq \frac{1}{4}(x-1)^2$

ゆえに $y \leq \frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$

よって, 直線 L が通る範囲は, 右の図の斜線部分である。

ただし, 境界線を含む。] 4点

別解 実数 x を固定して考える。

直線 $y = kx + 1 - k - k^2$ が点 (x, y) を通るとき

$$\begin{aligned} y &= -k^2 + (x-1)k + 1 \\ &= -\left(k - \frac{x-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{2}\right)^2 + 1 \\ &= -\left(k - \frac{x-1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}(x-1)^2 + 1 \end{aligned}$$

k は実数全体を動くから, y のとりうる値の範囲は

$$y \leq \frac{1}{4}(x-1)^2 + 1$$

これがすべての実数 x について成り立つ。

よって, 直線 L が通る範囲は, 右の図の斜線部分である。

ただし, 境界線を含む。

