

中3数学総合SA+ 確認テスト 後期第6講

氏名 \_\_\_\_\_ 得点 / 10 (6点未満再テスト)

---

1 (1)(2)各3点 (4) 4点

$a > 0, b > 0$  のとき、次の式の最小値を求めよ。最小値をとるときの  $a, b$  の条件も求めよ

(1)  $a + \frac{9}{a}$

(2)  $(a+2b)\left(\frac{2}{a} + \frac{1}{b}\right)$

(3)  $\frac{2}{a+b} + 2a + 2b$

1 (1)(2)各3点 (4) 4点

- 解答 (1) 最小値は6、 $a=3$  のとき  
 (2) 最小値は8、等号成立は  $a=2b$  のとき  
 (3) 最小値は4、等号成立は  $a+b=1$  のとき

1 (1)(2)各3点 (4) 4点

相加平均と相乗平均の大小関係を利用する。

(1)  $a > 0$  であるから 
$$a + \frac{9}{a} \geq 2\sqrt{a \cdot \frac{9}{a}} = 6$$

等号が成り立つのは、 $a = \frac{9}{a}$  すなわち  $a^2 = 9$  のときであるが、  
 $a > 0$  であるから  $a = 3$  のときである。

(2) (与式) 
$$= 4 + \frac{a}{b} + \frac{4b}{a} \geq 4 + 2\sqrt{\frac{a}{b} \cdot \frac{4b}{a}} = 8$$

等号が成り立つのは、 $\frac{a}{b} = \frac{4b}{a}$  すなわち  $a^2 = 4b^2$  のときであるが、  
 $a > 0, b > 0$  であるから  $a = 2b$  のときである。

(3)  $a + b > 0$  であるから

$$(\text{与式}) = \frac{2}{a+b} + 2(a+b) \geq 2\sqrt{\frac{2}{a+b} \cdot 2(a+b)} = 4$$

等号が成り立つのは、 $\frac{2}{a+b} = 2(a+b)$  すなわち  $(a+b)^2 = 1$  のときであるが、  
 $a + b > 0$  であるから  $a + b = 1$  のときである。