

1

$a$  は実数とする。 $x$  に関する整式  $x^5 + 2x^4 + ax^3 + 3x^2 + 3x + 2$  を整式  $x^3 + x^2 + x + 1$  で割ったときの商を  $Q(x)$ 、余りを  $R(x)$  とする。 $R(x)$  の  $x$  の1次の項の係数が1のとき、 $a$  の値を定め、更に  $Q(x)$  と  $R(x)$  を求めよ。

2

$xy$  平面において、連立不等式  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $0 \leq y \leq \pi$ ,  $2\sin(x+y) - 2\cos(x+y) \geq \sqrt{2}$  の表す領域を  $D$  とする。

(1)  $D$  を図示せよ。

(2) 点  $(x, y)$  が領域  $D$  を動くとき、 $2x + y$  の最大値と最小値を求めよ。

3

$p$  を負の実数とする。座標空間に原点  $O$  と3点  $A(-1, 2, 0)$ ,  $B(2, -2, 1)$ ,  $P(p, -1, 2)$  があり、3点  $O, A, B$  が定める平面を  $\alpha$  とする。また、点  $P$  から平面  $\alpha$  に垂線を下ろし、 $\alpha$  との交点を  $Q$  とする。

(1)  $\overrightarrow{OQ} = a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB}$  となる実数  $a, b$  を  $p$  を用いて表せ。

(2) 点  $Q$  が  $\triangle OAB$  の周または内部にあるような  $p$  の範囲を求めよ。

4

(1) 関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  の  $x > 0$  における最大値とそのときの  $x$  の値を求めよ。

(2)  $a$  を  $a \neq 1$  を満たす正の実数とする。曲線  $y = e^x$  と曲線  $y = x^a$  ( $x > 0$ ) が共有点  $P$  をもち、さらに点  $P$  において共通の接線をもつとする。点  $P$  の  $x$  座標を  $t$  とするとき、 $a$  と  $t$  の値を求めよ。

(3)  $a$  と  $t$  を (2) で求めた実数とする。 $x$  を  $x \neq t$  を満たす正の実数とすると、 $e^x$  と  $x^a$  の大小を判定せよ。

5

$8.94^{18}$  の整数部分は何桁か。また最高位からの2桁の数字を求めよ。例えば、12345.6789の最高位からの2桁は12を指す。

(注) 必要があれば、常用対数表を用いてもよい。