中3数学総合SA＋　確認テスト　後期第1講

氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　　得点　　／　10

1

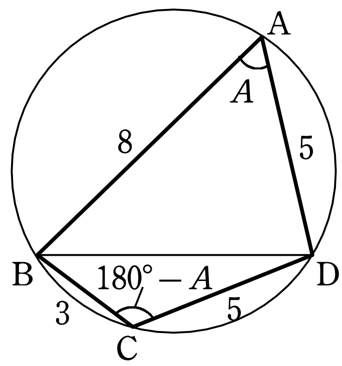
円に内接する四角形 ABCD がある。AB＝8，BC＝3，CD＝5，DA＝5 であるとき，A と対角線 BD の長さを求めよ。また，四角形 ABCD の面積 S を求めよ。

中3数学総合SA＋　確認テスト　夏期第2講【解答】

$\boxed{1}$

解答　$A=60°$，$\mathrm{BD}=7$，$S=\dfrac{55\sqrt{3}}{4}$

$\boxed{1}$



四角形 ABCD は円に内接するから　　$C=180°-A$

△ABD において，余弦定理により

$$\mathrm{BD}^2=5^2+8^2-2\cdot5\cdot8\cos A$$
$$=89-80\cos A \quad \cdots\cdots ①$$

△CDB において，余弦定理により

$$\mathrm{BD}^2=5^2+3^2-2\cdot5\cdot3\cos(180°-A)$$
$$=34+30\cos A \quad \cdots\cdots ②$$

①，② から　　$89-80\cos A=34+30\cos A$

よって　　$\cos A=\dfrac{1}{2}$　……③

A, C は四角形の内角なので　　$A, C>0°$

$C=180°-A$ より　$180°-A>0°$　よって　$180°>A>0°$

$180°>A>0°$　　$\cos A=\dfrac{1}{2}$ より　　$A=60°$

①，③ から　　$\mathrm{BD}^2=89-40=49$

$\mathrm{BD}>0$ であるから　　$\mathrm{BD}=7$

また　　$\sin A=\sin 60°=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ゆえに　　$\sin C=\sin(180°-A)=\sin A=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

したがって　　$S=\triangle\mathrm{ABD}+\triangle\mathrm{CDB}$

$$=\frac{1}{2}\cdot8\cdot5\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\cdot5\cdot3\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{55\sqrt{3}}{4}$$