

中3数学総合SA+ 確認テスト 後期第4講

氏名 _____ 得点 / 10 (6点未満再テスト)

1

次の計算をせよ。(各2点)

(1) $\frac{x}{x+1} - \frac{1}{x+2}$ (2) $\frac{x+8}{x^2+x-2} + \frac{x-4}{x^2-x}$

2

次の等式が x についての恒等式となるように、定数 a , b , c の値を定めよ。

(各3点)

(1) $\frac{3x-1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$ (2) $\frac{x-5}{(x+1)^2(x-1)} = \frac{a}{(x+1)^2} + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-1}$

1

【解答】 (1) $\frac{x^2+x-1}{(x+1)(x+2)}$ (2) $\frac{2(x+4)}{x(x+2)}$

2

【解答】 (1) $a=1, b=2$ (2) $a=3, b=1, c=-1$

1

(1) (与式) $= \frac{x(x+2)}{(x+1)(x+2)} - \frac{1 \cdot (x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x^2+2x)-(x+1)}{(x+1)(x+2)} = \frac{x^2+x-1}{(x+1)(x+2)}$

(2) (与式) $= \frac{x+8}{(x+2)(x-1)} + \frac{x-4}{x(x-1)} = \frac{(x+8)x + (x-4)(x+2)}{x(x-1)(x+2)}$
 $= \frac{(x^2+8x) + (x^2-2x-8)}{x(x-1)(x+2)} = \frac{2x^2+6x-8}{x(x-1)(x+2)} = \frac{2(x^2+3x-4)}{x(x-1)(x+2)}$
 $= \frac{2(x-1)(x+4)}{x(x-1)(x+2)} = \frac{2(x+4)}{x(x+2)}$

2

(1) 仮定より $(x-1)(x+1) \neq 0$ なので 両辺に $(x-1)(x+1)$ を掛けて

$$3x-1=a(x+1)+b(x-1) \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

[解法 1] (係数比較法)

右辺を展開して整理すると

$$3x-1=(a+b)x+a-b$$

両辺の係数を比較して

$$3=a+b, \quad -1=a-b$$

これを解いて $a=1, b=2$

[解法 2] (数値代入法)

①に $x=1$ を代入して $2=2a$ よって $a=1$

$x=-1$ を代入して $-4=-2b$ よって $b=2$

逆に、このとき ① の右辺は

$$(x+1)+2(x-1)=3x-1$$

となり、左辺に一致し、確かに①は恒等式である。

よって $a=1, b=2$

(2) 仮定より $(x+1)^2(x-1) \neq 0$ なので 両辺に $(x+1)^2(x-1)$ を掛けて

$$x-5=a(x-1)+b(x+1)(x-1)+c(x+1)^2 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

①に $x=1$ を代入して $-4=4c$

$x=-1$ を代入して $-6=-2a$

$x=0$ を代入して $-5=-a-b+c$

これを解いて $a=3, b=1, c=-1$

① 式は x の2次式で、これが3つの解を持つことはないから① 式は恒等式である