

中3数学総合SA+ 確認テスト 後期第2講

氏名 _____ 得点 / 10 (6点未満は再テスト)

1

次の等式を証明せよ。(6点)

$${}_nC_0 + 2{}_nC_1 + 2^2{}_nC_2 + \cdots + 2^n{}_nC_n = 3^n$$

2

次の整式 A , B について, A を B で割った商と余りを求めよ。(各2点)

(1) $A = 2x^3 + 7x^2 + 5x + 7$, $B = x + 3$

(2) $A = x^3 - 3x + 2$, $B = x^2 + 4x - 1$

1

【解答】 略

2

【解答】 (1) 商 $2x^2 + x + 2$, 余り 1 (2) 商 $x - 4$, 余り $14x - 2$
 (3) 商 $x^2 - 2x - 1$, 余り 3 (4) 商 $2x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$, 余り $\frac{5}{4}x + \frac{23}{2}$

1

[証明]

n は正の整数、 x は実数とする

二項定理より $(1+x)^n$ について

$$(1+x)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1x + {}_nC_2x^2 + \cdots + {}_nC_nx^n \quad \cdots \cdots \textcircled{1} \quad \text{である}$$

①式において、 $x=2$ とすると

$$(1+2)^n = {}_nC_0 + {}_nC_1 \cdot 2 + {}_nC_2 \cdot 2^2 + \cdots + {}_nC_n \cdot 2^n$$

$$3^n = {}_nC_0 + 2{}_nC_1 + 2^2{}_nC_2 + \cdots + 2^n{}_nC_n$$

よって、与等式が示された。 (証明終)

2

(1)

$$\begin{array}{r} 2x^2 + x + 2 \\ x+3 \overline{) 2x^3 + 7x^2 + 5x + 7} \\ \underline{2x^3 + 6x^2} \\ x^2 + 5x \\ \underline{x^2 + 3x} \\ 2x + 7 \\ \underline{2x + 6} \\ 1 \end{array}$$

商 $2x^2 + x + 2$, 余り 1

表題

(2)

$$\begin{array}{r}
 x-4 \\
 x^2+4x-1 \overline{) x^3 - 3x+2} \\
 \underline{x^3+4x^2 } \\
 -4x^2-2x+2 \\
 \underline{-4x^2-16x+4} \\
 14x-2
 \end{array}$$

商 $x-4$, 余り $14x-2$

(3)

$$\begin{array}{r}
 x^2-2x-1 \\
 2x^2-3x+1 \overline{) 2x^4-7x^3+5x^2+x+2} \\
 \underline{2x^4-3x^3+x^2 } \\
 -4x^3+4x^2+x \\
 \underline{-4x^3+6x^2-2x } \\
 -2x^2+3x+2 \\
 \underline{-2x^2+3x-1} \\
 3
 \end{array}$$

商 x^2-2x-1 , 余り 3

(4)

$$\begin{array}{r}
 2x^2+\frac{1}{2}x-\frac{7}{4} \\
 2x^2-x+2 \overline{) 4x^4-x^3 } \\
 \underline{4x^4-2x^3+4x^2 } \\
 x^3-4x^2+4x \\
 \underline{x^3-\frac{1}{2}x^2+x } \\
 -\frac{7}{2}x^2+3x+8 \\
 \underline{-\frac{7}{2}x^2+\frac{7}{4}x-\frac{7}{2}} \\
 \frac{5}{4}x+\frac{23}{2}
 \end{array}$$

商 $2x^2+\frac{1}{2}x-\frac{7}{4}$,

余り $\frac{5}{4}x+\frac{23}{2}$