

# 物理基礎編

## 第2章

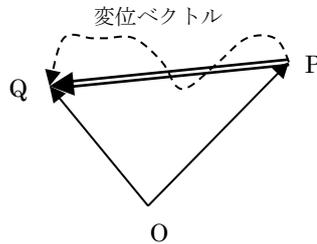
### ～ 力学 ～

## 【速度】

### ■変位と位置ベクトル■

基準点から注目する点まで引いたベクトルを位置ベクトルという。

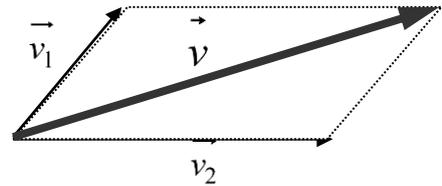
物体が点 P から点 Q まで移動したとする。このときの物体の位置の変化を変位という。



### ■速度の合成と分解■

○速度の合成

速度  $\vec{v}_1$  と  $\vec{v}_2$  を合成すると、 $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$



○速度の分解

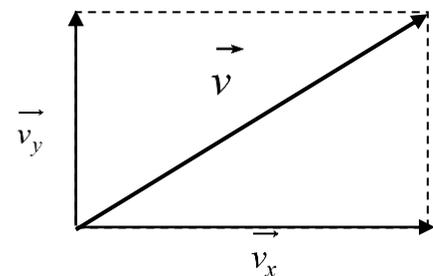
速度  $\vec{v}$  は、2つの速度  $\vec{v}_1$ 、 $\vec{v}_2$  に分解することができる。速度の分解は何通りでも考えることができるが、一般的には、たがいに垂直な2方向に分解することが多い。

速度  $\vec{v}$  を、たがいに垂直な  $x$  軸、 $y$  軸方向の速度  $v_x$ 、 $v_y$  に分解した場合を考える。

$\vec{v}$  の大きさを  $v$ 、 $\vec{v}$  が  $x$  軸の正の向きとなす角を  $\theta$  とすると、

$$v_x = v \cos \theta, \quad v_y = v \sin \theta$$

で表される。



○相対速度

A、Bの2物体が運動しているとき、基準となる物体（観測者）Aに対するBの速度をAに対するBの相対速度という。

Aから見たBの速度

$$\vec{v}_{AB} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$$

<例題 1 >

直線道路上を、2 台の自動車 A, B が走っている。A の速さが  $15\text{m/s}$ , B の速さが  $10\text{m/s}$  のとき、次の場合について A に対する B の相対速度を求めよ。

- (1) A, B が同じ向きに走る場合
- (2) A, B が反対向きに走る場合

<例題 2 >

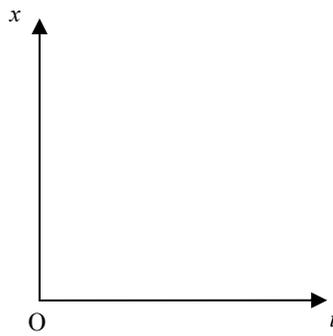
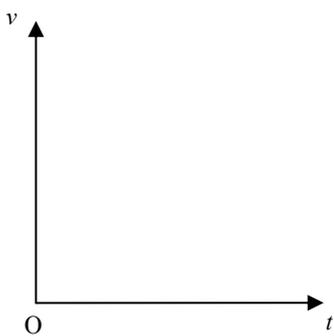
道路が新幹線の線路と斜めに立体交差をしている。道路を  $80\text{km/h}$  で走る自動車の真下を、新幹線が  $160\text{km/h}$  の速さで、自動車の進路と  $60^\circ$  の角度で通過していった。このとき、自動車内からは新幹線の速度をどのように観測するか。

■等速直線運動■

一直線上を一定の速さで進む運動。

位置  $x$  [m], 経過時間  $t$  [s], 速度  $v$  [m/s] とする。

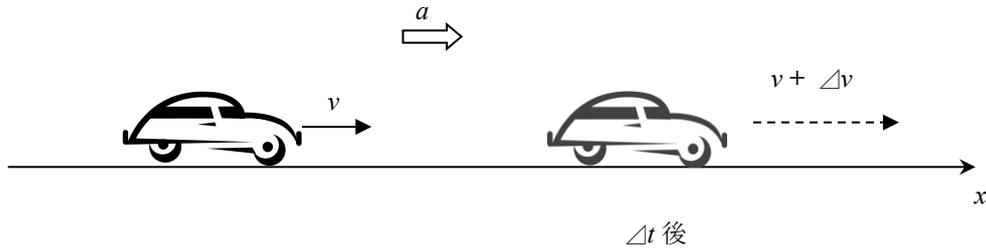
$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow x = vt$$



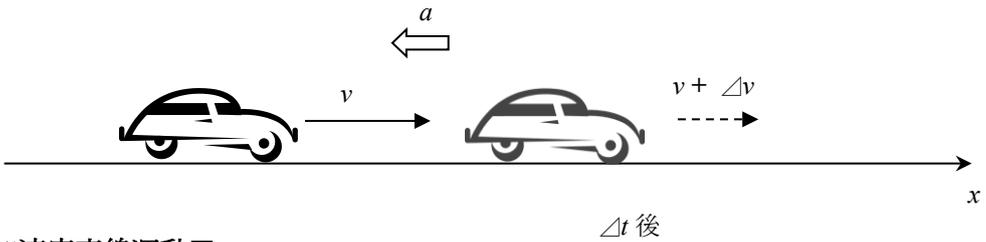
## 【加速度】

加速度とは、速度の変化率のこと。(ベクトル量) つまり、 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$  [m/s<sup>2</sup>]

・  $a > 0$  のとき、 $\Delta v > 0$  である。

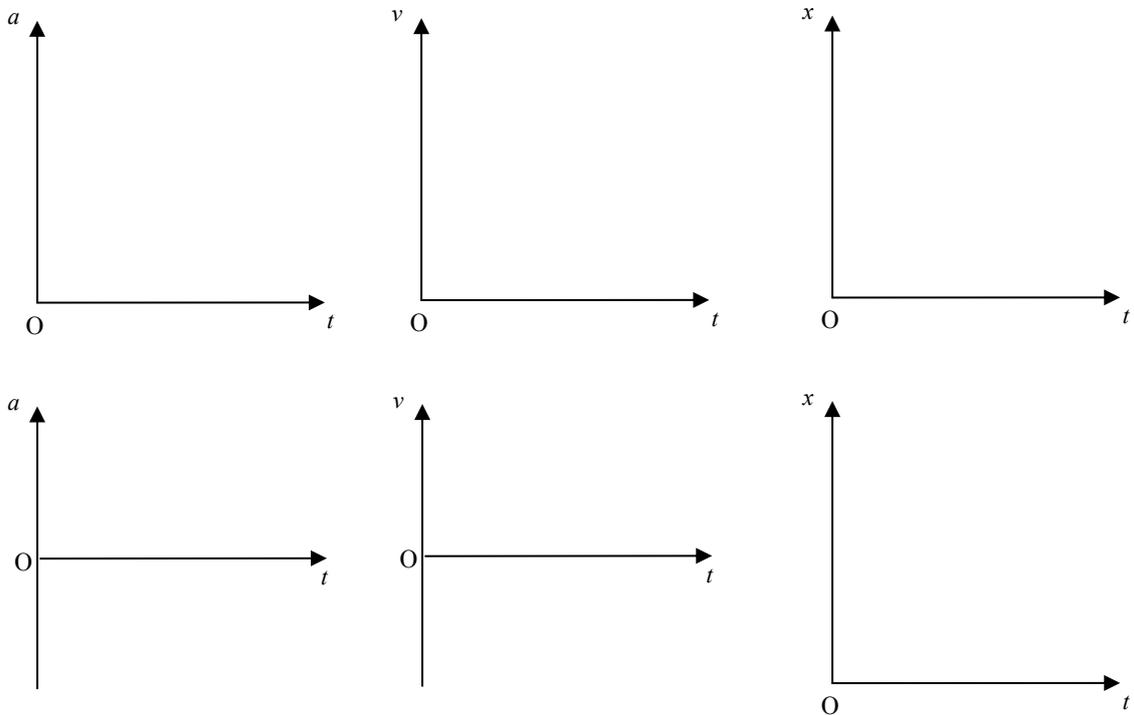


・  $a < 0$  のとき、 $\Delta v < 0$  である。



### ■等加速度直線運動■

$$\begin{cases} v = at + v_0 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \\ v^2 - v_0^2 = 2ax \end{cases}$$



※相対加速度：物体 A の加速度を  $\vec{a}_A$ ，物体 B の加速度を  $\vec{a}_B$  とすると、

$$A \text{ に対する } B \text{ の相対加速度は } \vec{\alpha}_{AB} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$$

<例題>

一直線上を一定の加速度で進む物体が、点 A を速さ  $8\text{m/s}$  で右向きに通過したのち、点 A から  $6\text{m}$  離れた点 B を速さ  $4\text{m/s}$  で右向きに通過した。

- (1) 物体の加速度  $a$  [ $\text{m/s}^2$ ] を求めよ。
- (2) 物体が点 A から点 B まで移動するのに要する時間  $t_0$  [s] を求めよ。
- (3) 物体が点 A から最も右方の地点へ到達するまでに要する時間  $t_1$  [s] はいくらか。  
またその地点と点 A との距離はいくらか。
- (4) 物体が点 A を通過してからふたたびもどってくるまでに要する時間  $t_2$  [s] はいくらか。またそのときの物体の速度はいくらか。

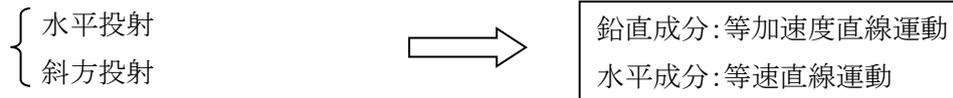
## 【落体の運動】

重力加速度  $g \doteq 9.8 \text{ [m/s}^2\text{]}$  (cf. 運動方程式)

※特に指定のない限り空気抵抗は無視する。



- ① 座標軸の設定。
- ② 等加速度直線運動の公式に当てはめる。



- ① 座標軸の設定。
- ② 鉛直成分: 等加速度直線運動の公式に当てはめる。  
水平成分: 等速直線運動として考える。
- ③ 速度: 分解により成分ごとに考える。(経路の曲線の接線方向)  
時間: 共通

※よく利用するもの: 最高点で速度 0, 対称性

<例題1> (鉛直投げ上げ)

あるビルの屋上から、小球を鉛直上方に  $29.4\text{m/s}$  の速さで投げ上げた。重力加速度の大きさを  $9.80\text{m/s}^2$  とする。

- (1) 小球が最高点に達するまでの時間  $t_1$  は何秒か。
- (2) 最高点の高さ  $h$  は屋上から何  $\text{m}$  か。
- (3) 小球が屋上にもどるまでの時間  $t_2$  は何秒か。
- (4) 投げてから  $7.00$  秒後に小球が地上に落下するとき、ビルの高さを求めよ。

<例題2> (水平投射)

地上  $58.8\text{m}$  の高さから小球を水平方向に初速度  $19.6\text{m/s}$  で投げた。重力加速度の大きさを  $9.80\text{m/s}^2$  とする。

- (1) 小球が地面に当たるまでの時間  $t$  を求めよ。
- (2) 投げた点から地面に当たる点までの水平距離  $x$  を求めよ。
- (3) 小球が地面に当たるときの速度の大きさ  $V$  , 地面となす角  $\theta$  を求めよ。

<例題3> (斜方投射)

地上から水平より  $30^\circ$  上向きに、初速度  $39.2\text{m/s}$  で小球を投げ上げた。重力加速度の大きさを  $9.80\text{m/s}^2$  とする。

- (1) 小球が最高点に達する時間  $t_1$  を求めよ。
- (2) 小球の最高点の高さ  $h$ ，および投げた点からの水平距離  $x_1$  を求めよ。
- (3) 再び地上にもどるまでの時間  $t_2$  と、水平到達距離  $x_2$  を求めよ。

<例題4> (2000年 東京薬科大)

等速度  $2.3\text{m/s}$  で鉛直に上昇する気球から小石を投げ上げた。気球から見た小石の初速度は、水平に対し  $30^\circ$  上向きに  $15\text{m/s}$  であった。このとき、気球は地面より  $73.5\text{m}$  の高さにあった。次の各問いに有効数字2桁で答えよ。ただし、小石にはたらく空気抵抗は無視するものとし、重力加速度の大きさは  $9.8\text{m/s}^2$  とする。

- (1) 小石が最高点に到達するのは、小石を投げてから何秒後か。
- (2) 気球から小石の最高点までの水平距離は何 m か。
- (3) 地面から小石の最高点までの高さは何 m か。
- (4) 気球から小石の落下点までの水平距離は何 m か。
- (5) 小石が地面に衝突する直前の速さは何 m/s か。

【1】橋の上から、小石を真下に向かって  $4.9\text{m/s}$  の速さで投げ下ろしたところ、  
3.0 秒後に水面に当たった。

- (1) 投げた点から水面までの距離はいくらか。
- (2) 小石が水面に当たるときの速さはいくらか。
- (3) 投げる速さを 4 倍にすると、水面に当たるまでの時間はいくらになるか。

【2】高さ  $29.4\text{m}$  のビルの屋上から鉛直上向きに  $4.9\text{m/s}$  の初速度で物体を投げ上げた。

- (1) 物体が達する最高点の高さは、地面からいくらか。
- (2) 地面に達するまでの時間はいくらか。
- (3) 地面に達する直前の物体の速度はいくらか。

【3】一定の速度  $4.4\text{m/s}$  で鉛直に上昇中の気球から、鉛直上方に小石を投げ上げたところ、 $4.0$  秒後に気球とすれちがった。ただし、小石を投げ上げても気球の速度は変わらないものとする。

- (1) 小石を投げ上げたときの小石の初速度は、地上から見ていくらか。
- (2) すれちがうときに、気球に乗っている人から見た小石の速度はいくらか。
- (3) 小石は気球とすれちがってから  $2.0$  秒後に地面に落下した。小石を投げ上げたときの気球の高さは、地上からいくらか。

【4】ビルの屋上からボールを水平方向に  $25\text{m/s}$  の速度で投げたら、地面に対して  $45^\circ$  の角度で衝突した。

- (1) 地面に衝突する直前の鉛直成分はいくらか。
- (2) ボールが地面に衝突するまでの時間はいくらか。
- (3) ビルの真下から衝突地点までの水平距離はいくらか。

【5】地上から水平より斜め上方  $30^\circ$  の向きに，初速度  $58.8\text{m/s}$  でボールを投げだした。  
有効数字 2 桁で答えよ。

- (1) 初速度の水平成分と鉛直成分はそれぞれいくらか。
- (2) 投げてから 2.0 秒後のボールの位置はどこか。また，そのときの速度の水平成分と鉛直成分はそれぞれいくらか。
- (3) ボールが最高点に達するまでの時間はいくらか。また，その高さはいくらか。
- (4) ボールが地面に達するまでの時間はいくらか。また，地面に達する直前の速さはいくらか。

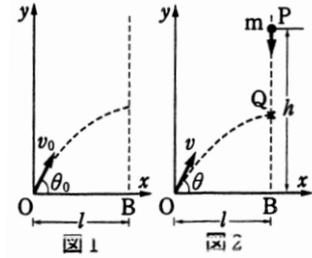
■発展問題■

【1】(芝浦工大)

<モンキーハンティング>

次の空欄(ア), (イ), (ウ), (エ), (オ)を正しく埋めよ。

図1のように、水平な地表上の点Oを原点にとり、鉛直面内にx軸、y軸をとる。いま、Oから小物体Mを初速 $v_0$ 、傾角 $\theta_0$ でxy平面内に投げ上げた。MがOから距離 $l$ だけ離れた点Bの真上を通過するとき、Mの速度の向きはx軸に平行であった。このことから $v_0$ の大きさは重力加速度の大きさを $g$ とすると

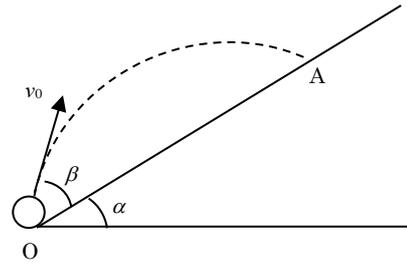


アと表せる。次に、図2のように、OからMを初速 $v$ 、傾角 $\theta$ でxy面内に投げ上げると同時に、点Bの真上の高さ $h$ の点Pから小物体 $m$ を自由落下させた。投げ上げた時刻を0とすると、時刻 $t$ (2物体が衝突する前の時刻)におけるMと $m$ の間の距離はイである。その後、Mと $m$ はBとPを結ぶ線上の点Qで衝突した。このことから $h$ はウと表せる。この衝突が、Mが描く軌道の最高点 $h_0$ で起きたとすると、 $h_0$ は $h$ を用いて $h_0 =$ エ、 $v$ は $g, h, l$ を用いて $v =$ オと表せる。

【2】

右図のように、傾角 $\alpha$ の斜面上の点Oから斜面に対して角度 $\beta$ をなす方向に初速度 $v_0$ で小球を投げたところ、点Aに落下した。

- (1) 点Aに落下するまでの時間を求めよ。
- (2) 点Oと点Aの距離を求めよ。



■練習問題■

【1】地上より高さ 78.4m の所から、小球を自由落下させた。

- (1) 落下し始めてから 2.0 秒後の小球の地上からの高さはいくらか。
- (2) 40m 落下したときの小球の速さはいくらか。
- (3) 地上に達するまでの時間はいくらか。また、そのときの速さはいくらか。

【2】小球 A を自由落下させて 1.0 秒後に小球 B を投げ下ろしたところ、B を投げてから 2.0 秒後に A に追いついた。

- (1) B は A に追いつくまでに何 m 落下したか。
- (2) そのときの A の速さはいくらか。
- (3) 投げ下ろした B の初速度の大きさはいくらか。

【3】高さ 120m の所から物体 A を静かに落とすと同時に、その真下の地面から 30m/s の初速度で物体 B を真上に投げ上げた。

- (1) A と B はいつ、どこで出会うか。
- (2) A と B が出会うときの B の速度はいくらか。

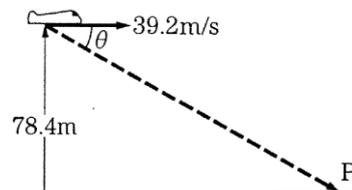
【4】高さ 78.4m のビルの屋上から、水平方向に 39.2m/s の速度でボールを投げた。  
有効数字 2 桁で答えよ。

- (1) ボールが地面に達するまでの時間はいくらか。
- (2) ビルの真下から落下地点までの水平距離はいくらか。
- (3) 地面に達する直前のボールの速さはいくらか。

【5】鉛直な壁面から水平に 20m 離れた地点から、小球を投げたところ、高さ 10m の壁面上の点に垂直に当たった。小球を投げてから壁面に当たるまでの時間と、投げ出したときの初速度の大きさを求めよ。

【6】地上 78.4m の高さを 39.2m/s の速度で水平飛行している飛行機から荷物を静かに落とし、地上の目標 P に命中させたい。有効数字 2 桁で答えよ。

- (1) 飛行機から見て、P がどの方向に見えるときに落とせばよいか。図の角  $\theta$  の  $\tan$  の値を求めよ。
- (2) 飛行機から見ると、荷物の運動はどんな運動に見えるか。
- (3) 荷物が P 点に落ちたときの速さはいくらか。



【7】高さ  $14.7\text{m}$  のビルの屋上から、斜め上方にボールを打ち上げたところ、ボールは地面より最高の高さ  $19.6\text{m}$  まで上がり、水平方向には  $29.4\text{m}$  の所まで飛んだ。  
有効数字 2 桁で答えよ。

- (1) ボールの初速度の鉛直成分はいくらか。
- (2) ボールが飛んでいた時間はいくらか。
- (3) ボールの初速度の水平成分はいくらか。