$\boxed{1}$

(1)　△ABC において，AB＝5，BC＝6，CA＝$\sqrt{21}$ とする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{ABC}=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\quad \sin\angle\mathrm{ABC}=\frac{\sqrt{\boxed{ウ}}}{\boxed{エ}}$$

であり，△ABC の面積は $\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$ である。

(2)　1 辺の長さが 8 の正方形 DEFG において，辺 EF 上の点 H と辺 FG 上の点 I は $\cos\angle\mathrm{DIG}=\dfrac{3}{5}$，$\tan\angle\mathrm{FIH}=2$ を満たすとする。

(i)　次の $\boxed{キ}$，$\boxed{ク}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ③ のうちから一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

DI ＝ $\boxed{キ}$，HI ＝ $\boxed{ク}$ である。

⓪　$\sqrt{5}$　　①　$2\sqrt{5}$　　②　5　　③　10

(ii)　次の $\boxed{ケ}$，$\boxed{コ}$ に当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから一つずつ選べ。

△DEH，△DGI，△DHI のうち △HFI と相似なものは $\boxed{ケ}$ の二つのみである。

また，∠DIG $\boxed{コ}$ ∠DIH である。

⓪　△DEH と △DGI　　①　△DEH と △DHI　　②　△DGI と △DHI

③　＜　　④　＝　　⑤　＞

(iii)　△DHI の外接円の半径は $\boxed{サ}$ であり，△DHI の内接円の半径は

$\boxed{シ}\sqrt{\boxed{ス}}-\boxed{セ}$ である。

(3)　(2) の △DHI を含む平面上にない点 J を HJ⊥HD，HJ⊥HI，HJ＝8 を満たすようにとり，四面体 JDHI を考える。(1) を考慮すると，△IDJ の面積は $\boxed{ソタ}\sqrt{\boxed{チ}}$ である。したがって，点 H から △IDJ に下ろした垂線 HK の長さは

$\dfrac{\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}$ である。

$\boxed{2}$

a を正の実数とする。関数 $f(x)=ax^2+(1-2a)x$ が次の 2 つの条件

(A)　$-3\leqq x<0$ のとき　$f(x)\geqq -1$

(B)　$x\geqq 0$ のとき　$f(x)\geqq 0$

をともに満たすような a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{3}$

(1)　生徒 6 人から 2 人ずつの組を 3 組作る作り方の総数を求めよ。

(2)　生徒 14 人から 2 人ずつの組を n 組 $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots,\ 7)$ 作る作り方の総数を S_n とする。S_n を n の式で表せ。

(3)　$\dfrac{S_{n+1}}{S_n}>1$ を満たす n をすべて求めよ。

(4)　S_n を最大にする n をすべて求めよ。