$\boxed{1}$

(解説)

(1)　1回目の終了時に，すべての机の上に白のカードが置かれているのは，3人とも白のカードを取り出す場合であるから，このときの確率は　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^3=\dfrac{{}^{ア}1}{{}^{イウ}27}$

1回目の終了時に，すべての机の上に青のカードが置かれているのは，3人とも青のカードを取り出す場合であるから，このときの確率は　$\left(\dfrac{2}{3}\right)^3=\dfrac{{}^{エ}8}{{}^{オカ}27}$

(2)　1回目の終了時に，状態 A になる確率は，(1) から　$\dfrac{1}{27}+\dfrac{8}{27}=\dfrac{{}^{キ}1}{{}^{ク}3}$

操作 S の終了時には，状態 A，B のいずれかの状態になる。

よって，状態 B である事象は，状態 A である事象の余事象であるから，1回目の終了時に状態 B になる確率は　$1-\dfrac{1}{3}=\dfrac{{}^{ケ}2}{{}^{コ}3}$

(3)　1回目の終了時に2つの机の上に白のカードが置かれ，残りの1つの机の上に白のカードが置かれていたとき，2回目の終了時に状態 A になるのは，次の2つの場合がある。

[1]　2回目の終了時にすべての机の上に白のカードが置かれているとき

白のカードが置かれた机の下の箱から白のカードを取り出し，青のカードが置かれた机の下の箱から白のカードを取り出す場合であるから　$\left(\dfrac{1}{3}\right)^2\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{27}$

[2]　2回目の終了時にすべての机の上に青のカードが置かれているとき

[1] と同様に考えると　$\left(\dfrac{2}{3}\right)^2\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{4}{27}$

[1]，[2] から，求める確率は　$\dfrac{2}{27}+\dfrac{4}{27}=\dfrac{{}^{サ}2}{{}^{シ}9}$

(4)　(2) と同様に考えると，すべての机の上に青のカードが置かれた状態で操作 S を1回行ったとき，状態 A になる確率は $\dfrac{1}{3}$，状態 B になる確率は $\dfrac{2}{3}$ である。

よって，状態 A から状態 A になる確率は $\dfrac{1}{3}$，状態 A から状態 B になる確率は $\dfrac{2}{3}$ である。

次のように場合分けをして考える。

[1]　1回目の終了時に，状態 A になり，2回目の終了時も状態 A になるとき

状態 A から状態 A になる確率は $\dfrac{1}{3}$ であるから　$\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{9}$

[2]　1回目の終了時に，状態 B になり，2回目の終了時に状態 A になるとき

状態 A から状態 B になる確率は　$\dfrac{2}{3}$

(3) から，状態 B から状態 A になる確率は　$\dfrac{2}{9}$

よって，このときの確率は　$\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{9}=\dfrac{4}{27}$

[1]，[2] から，求める確率は　$\dfrac{1}{9}+\dfrac{4}{27}=\dfrac{{}^{ス}7}{{}^{セソ}27}$

(5)　2回目の終了時に状態 B である事象を X，1回目の終了時に状態 B である事象を Y とすると，求める確率は $P_X(Y)$ である。

状態 B である事象は，状態 A である事象の余事象であるから，2回目の終了時に状態 B になる確率は，(4) から　$P(X)=1-\dfrac{7}{27}=\dfrac{20}{27}$

(3) より，状態 B から状態 A になる確率は $\dfrac{2}{9}$ であるから，状態 B から状態 B になる確率は　$1-\dfrac{2}{9}=\dfrac{7}{9}$

よって，1回目の終了時に状態 B になり，2回目の終了時にも状態 B になる確率は

$$P(X\cap Y)=\frac{2}{3}\times\frac{7}{9}=\frac{14}{27}$$

したがって　$P_X(Y)=\dfrac{P(X\cap Y)}{P(X)}=\dfrac{14}{27}\div\dfrac{20}{27}=\dfrac{{}^{タ}7}{{}^{チツ}10}$

$\boxed{2}$

(解説)

(1)　p，q は実数であるから，$\alpha=\dfrac{3+\sqrt{7}i}{2}$ が解ならば，$\dfrac{3-\sqrt{7}i}{2}$ も解である。

解と係数の関係から

$$\frac{3+\sqrt{7}i}{2}+\frac{3-\sqrt{7}i}{2}=-p,\quad \frac{3+\sqrt{7}i}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{7}i}{2}=q$$

よって　$p=-3$，$q=4$

ゆえに，求める2次方程式は　$x^2-3x+4=0$

(2)　a，b，c は整数であるから，$\alpha=\dfrac{3+\sqrt{7}i}{2}$ が解ならば，$\dfrac{3-\sqrt{7}i}{2}$ も解である。

残りの解を β $(0\leqq\beta\leqq1)$ とすると，3次方程式の解と係数の関係により

$$\frac{3+\sqrt{7}i}{2}+\frac{3-\sqrt{7}i}{2}+\beta=-a$$

$$\frac{3+\sqrt{7}i}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{7}i}{2}+\frac{3+\sqrt{7}i}{2}\beta+\frac{3-\sqrt{7}i}{2}\beta=b$$

$$\frac{3+\sqrt{7}i}{2}\cdot\frac{3-\sqrt{7}i}{2}\cdot\beta=-c$$

よって　$a=-3-\beta$ ……①，　$b=4+3\beta$ ……②，　$c=-4\beta$ ……③

a は整数であるから，① より β も整数で $0\leqq\beta\leqq1$ から　$\beta=0,\ 1$

①，②，③ から，$\beta=0$ のとき　$a=-3,\ b=4,\ c=0$

$\beta=1$ のとき　$a=-4,\ b=7,\ c=-4$

よって　$(a,\ b,\ c)=(-3,\ 4,\ 0),\ (-4,\ 7,\ -4)$

$\boxed{3}$

(解説)

$x\geqq0$ のとき　$f(x)=(x-a)^2-x=x^2-(2a+1)x+a^2$

$$=\left(x-\frac{2a+1}{2}\right)^2-a-\frac{1}{4}$$

$x<0$ のとき　$f(x)=(x-a)^2+x=x^2-(2a-1)x+a^2$

$$=\left(x-\frac{2a-1}{2}\right)^2+a-\frac{1}{4}$$

$\dfrac{2a-1}{2}$ と $\dfrac{2a+1}{2}$ について，常に $\dfrac{2a-1}{2}<\dfrac{2a+1}{2}$ が成り立つ。

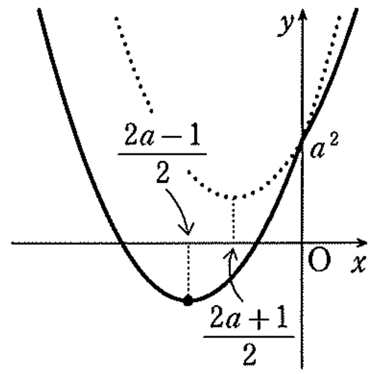
[1] $\dfrac{2a+1}{2}<0$ すなわち $a<-\dfrac{1}{2}$ のとき

$\dfrac{2a-1}{2}<\dfrac{2a+1}{2}<0$ であるから，$y=f(x)$ の

グラフの概形は右の図の実線部分のようになる。

よって，$f(x)$ は $x=\dfrac{2a-1}{2}$ のとき最小値 $a-\dfrac{1}{4}$

をとる。



[2] $\dfrac{2a-1}{2}\leqq0$ かつ $\dfrac{2a+1}{2}\geqq0$，すなわち

$-\dfrac{1}{2}\leqq a\leqq\dfrac{1}{2}$ のとき $y=f(x)$ のグラフの概形は右

の図の実線部分のようになる。

ここで

$$f\left(\frac{2a-1}{2}\right)-f\left(\frac{2a+1}{2}\right)=a-\frac{1}{4}-\left(-a-\frac{1}{4}\right)$$

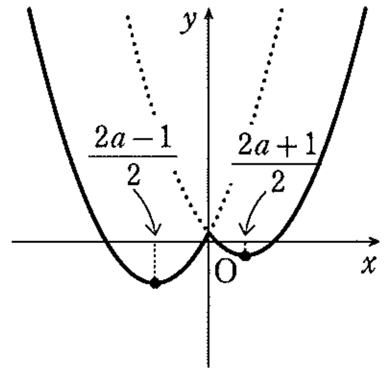
$$=2a$$

よって，$a\geqq0$ のとき　$f\left(\dfrac{2a-1}{2}\right)\geqq f\left(\dfrac{2a+1}{2}\right)$

$a<0$ のとき　$f\left(\dfrac{2a-1}{2}\right)<f\left(\dfrac{2a+1}{2}\right)$

ゆえに，$f(x)$ は　$0\leqq a\leqq\dfrac{1}{2}$ のとき $x=\dfrac{2a+1}{2}$ で最小値 $-a-\dfrac{1}{4}$

$-\dfrac{1}{2}\leqq a<0$ のとき $x=\dfrac{2a-1}{2}$ で最小値 $a-\dfrac{1}{4}$　をとる。



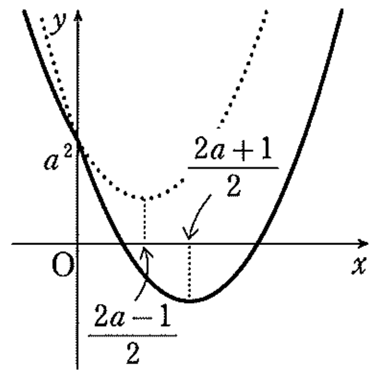
[3] $\dfrac{2a-1}{2}>0$ すなわち $a>\dfrac{1}{2}$ のとき

$0<\dfrac{2a-1}{2}<\dfrac{2a+1}{2}$ であるから，$y=f(x)$ の

グラフの概形は右の図の実線部分のようになる。

よって，$f(x)$ は $x=\dfrac{2a+1}{2}$ のとき最小値

$-a-\dfrac{1}{4}$ をとる。



以上から，求める最小値は

$a\geqq0$ のとき $-a-\dfrac{1}{4}$，　$a<0$ のとき $a-\dfrac{1}{4}$