$\boxed{1}$

p，q，r を実数とし，$p>0$ とする。関数 $f(x)=px^3+qx$ は $x=1$ で極値をとるとする。曲線 $y=f(x)$ を C，直線 $y=-x+r$ を ℓ とする。

(1)　$f'(1)=\boxed{\text{ア}}$ であるから，$q=\boxed{\text{イウ}}p$ である。また，点 $(s,\ f(s))$ における曲線 C の接線は $y=\left(\boxed{\text{エ}}ps^2-\boxed{\text{オ}}p\right)x-\boxed{\text{カ}}ps^3$　……① と表せる。よって，C の接線の傾きは，$s=\boxed{\text{キ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{クケ}}p$ をとる。

(2)　曲線 C と直線 $y=-x$ の共有点の個数は，$\boxed{\text{クケ}}p\geqq\boxed{\text{コサ}}$ のとき $\boxed{\text{シ}}$ 個で，$\boxed{\text{クケ}}p<\boxed{\text{コサ}}$ のとき $\boxed{\text{ス}}$ 個となる。

C と直線 ℓ の共有点の個数が，r の値によらず $\boxed{\text{セ}}$ 個となるのは $0<p\leqq\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のときであり，$p>\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ のときは C と ℓ の共有点の個数が，r の値によって 1 個，2 個および 3 個の場合がある。

(3)　$p>\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ とし，曲線 C と直線 ℓ が 3 個の共有点をもつような r の値の範囲を p を用いて表そう。点 $(s,\ f(s))$ における C の接線の傾きが -1 となるのは

$s=\pm\sqrt{\dfrac{\boxed{\text{チ}}p-\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}p}}$ のときである。したがって，傾きが -1 となる C の接線は 2 本あり，ℓ がこれらの接線のどちらかに一致するとき，C と ℓ の共有点は $\boxed{\text{ト}}$ 個となる。① を用いて，これら 2 本の接線と y 軸との交点を求めれば，C と ℓ が 3 個の共有点をもつような r の絶対値の範囲は

$|r|<\dfrac{\boxed{\text{ナ}}p-\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}\sqrt{\dfrac{\boxed{\text{チ}}p-\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}p}}$ であることがわかる。

(4)　u を 1 以上の実数とする。t が $t>u$ の範囲を動くとき，曲線 $y=x^2-1$ と x 軸および 2 直線 $x=u$，$x=t$ で囲まれた図形の面積が $f(t)$ とつねに等しいとする。このとき，

$p=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ であり，$u=\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$ となる。

$\boxed{2}$

a を正の実数として，xy 平面において，原点 O $(0,\ 0)$，定点 A $(a,\ 0)$ を考える。

(1)　条件 OP：AP$=\sqrt{2}$：1 を満たす点 P $(x,\ y)$ の全体の描く曲線を C とするとき，C の方程式を求めよ。

(2)　上の曲線 C と直線 $y=-x+2k$ が共有点をもたないような実数 k の範囲を求めよ。

(3)　k は(2)の条件を満たす定数とする。このとき，曲線 C 上の点と直線 $y=-x+2k$ の距離の最小値を求めよ。

$\boxed{3}$

n を 3 以上の整数とする。

(1)　さいころを n 回投げたとき，出た目の数がすべて 1 になる確率を求めよ。

(2)　さいころを n 回投げたとき，出た目の数が 1 と 2 の 2 種類になる確率を求めよ。

(3)　さいころを n 回投げたとき，出た目の数が 3 種類になる確率を求めよ。