高 3 物理総合 S･SA～後期第 4 回～＜解答＞◆単振動◆

＜予習問題＞

【１】問１　❷　問２　❹　問３　❶　問４　❷　問５　❸
　　問６　❸　問７　❹　問８　❺　問９　❷　問 10　❶

＜演習問題＞

【１】

問 1　ばねの弾性力と重力のつりあいにより，$kd=(m+M)g$　すなわち，$d=\dfrac{(m+M)g}{k}$

問 2　振動の周期 T は，$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m+M}{k}}$ とあらわせることから，角振動数ω は，

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\sqrt{\frac{k}{m+M}}$$

また，振動の中心 x_0 は，つりあいの位置に等しく，$x_0=l_0+\dfrac{(m+M)g}{k}$

問 3　皿はつりあいの位置を中心として，振幅 A ，角振動数ω の単振動をする。

すなわち，$x=l_0+\dfrac{(m+M)g}{k}+A\cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}\,t\right)$　…①

問 4　ばねの伸びに注意すると，それぞれの物体の運動方程式はつぎのようになる。

$Ma=-k(x-l_0)+N+Mg$　，$ma=-N+mg$

問 5　上の 2 式より加速度 a を消去すると，$N=\dfrac{mk}{m+M}(x-l_0)$

さらに①式の x を代入すると，$N=mg+\dfrac{mkA}{m+M}\cos\left(\sqrt{\dfrac{k}{m+M}}\,t\right)$

小球が皿から浮き上がらないための条件は，$N\geqq 0$

これにより，A の最大値 $A_{\max}$ は，$A_{\max}=\dfrac{(m+M)g}{k}$

【２】問 1 ア：斜面方向の力のつりあいより，$k\left(\dfrac{5}{4}L-L\right)=mg\sin 30^\circ$　　$\therefore k=\dfrac{2mg}{L}$ [N/m]

問 2 イ：質量 m の小球がばね定数 k のばねに結ばれた単振動と同等であるから，

この単振動の周期 T は，問 1 の関係も用いて $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}=\pi\sqrt{\dfrac{2L}{g}}$ [s]

ウ：端から振動中心までの運動時間であるから，$t_1=\dfrac{T}{4}$ [s]

エ：この単振動に対する等速円運動を考えると，この円周上を$\dfrac{1}{3}$ 周する時間に

等しいから，$t_2=\dfrac{T}{3}$ [s]

オ：小球の速さを v とすると，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg\left(\frac{5}{4}L + \frac{L}{2} - L\right)\sin 30^\circ = \frac{1}{2}k\left(\frac{5}{4}L + \frac{L}{2} - L\right)^2 \qquad \therefore v = \frac{\sqrt{6gL}}{4} \ [\mathrm{m/s}]$$

＜別解＞

小球の速さを v とし，つりあいの位置を基準にとると，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{4}L\right)^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{2}L\right)^2 \qquad \therefore v = \sqrt{\frac{3}{8}gL} = \frac{\sqrt{6gL}}{4}$$

問 3　カ：運動量変化と力積の関係より，　$0 - mv = -mg\sin 30^\circ \cdot (t_3 - t_2)$

$$\therefore t_3 = t_2 + \frac{v}{g\sin 30^\circ} = t_2 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{6L}{g}} \ [\mathrm{s}]$$

＜別解＞

ゴムがたるんでいる間，物体の加速度 a は斜面に沿って上向きを正とすると，

$$a = -g\sin 30^\circ = -\frac{g}{2} \qquad \text{よって，} v + a(t_3 - t_2) = 0 \qquad \therefore t_3 = t_2 + \frac{2v}{g} = t_2 + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{6L}{g}} \ [\mathrm{s}]$$

キ：求める距離を D とすると，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(L - D)\sin 30^\circ \qquad \therefore D = \frac{5}{8}L \ [\mathrm{m}]$$

問 4　問 3 カと問 2 イより，$t_3 = \dfrac{T}{3} + \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{6L}{g}} = \left(\dfrac{1}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)T$

$$\therefore \frac{2t_3 - T}{2t_3} \times 100 = 100 - \frac{100}{\left(\dfrac{2}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{\pi}\right)} \fallingdotseq 17.9 [\%]$$

問 5　求める長さを X として，力学的エネルギー保存則より，

$$\frac{1}{2}kX^2 = mg(X + L)\sin 30^\circ$$　問 1 アを用いて整理すると，

$(2X + L)(X - L) = 0$　　よって $X > 0$ の条件下でこれを解いて，$X = L$ [m]