$\boxed{1}$

二つの複素数 α，β に対して，複素数平面上で α，α^2，α^3 が表す点をそれぞれ A_1，A_2，A_3 とし，β，β^2，β^3 が表す点をそれぞれ B_1，B_2，B_3 とする。ただし，α，β の虚部はどちらも正とする。以下では，$\arg z$ は複素数 z の偏角を表し，その大きさは $0°$ 以上 $360°$ 未満とする。

(1)　三角形 $A_1A_2A_3$ は正三角形とする。

$\angle A_2A_1A_3 = \arg\left(\dfrac{\alpha^{\boxed{\text{ア}}} - \alpha}{\alpha^{\boxed{\text{イ}}} - \alpha}\right) = \arg\left(\alpha + \boxed{\text{ウ}}\right)$ であるから，

$\arg\left(\alpha + \boxed{\text{ウ}}\right) = \boxed{\text{エオ}}°$ である。

また，$A_1A_2 = A_1A_3$ であるから，$\left|\alpha + \boxed{\text{ウ}}\right| = \boxed{\text{カ}}$ である。

したがって，$\alpha = \dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}} + \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{ケ}}}i$ となる。

(2)　三角形 $B_1B_2B_3$ は $\angle B_2B_1B_3 = 90°$ であるような直角三角形とする。(1) と同様に考えると，$\beta + \boxed{\text{ウ}}$ の偏角は $90°$ であることがわかるので，β の実部は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

さらに，$\angle B_3B_2B_1 = 60°$ が成り立つとき，β の虚部は $\sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ で，

$\arg\beta = \boxed{\text{セソタ}}°$ となる。したがって，$\beta^2 = \boxed{\text{チツ}} - \boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}\,i$，

$\beta^3 = \boxed{\text{ナ}}$ である。

(3)　α，β は (1)，(2) で定めた数とする。このとき，三角形 $B_1B_2B_3$ の面積は三角形 $A_1A_2A_3$ の面積の $\dfrac{\boxed{\text{ニヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ 倍である。

$\boxed{2}$

xy 平面上の曲線 C：$y=x^3$ 上の点 P における接線を，点 P を中心にして反時計回りに 45° 回転して得られる直線を L とする．C と L が，相異なる 3 点で交わるような点 P の範囲を図示せよ．

$\boxed{3}$

座標平面上の 4 点 A$(1,\ 0)$，B$(2,\ 0)$，C$(2,\ 8)$，D$(1,\ 8)$ を頂点とする長方形を R とする．また $0<t<4$ に対し，原点 O$(0,\ 0)$，点 E$(4,\ 0)$，および点 P$(t,\ 8t-2t^2)$ の 3 点を頂点とする三角形を $T(t)$ とする．

(1)　R の内部と $T(t)$ の内部との共通部分の面積 $f(t)$ を求めよ．

(2)　t が $0<t<4$ の範囲で動くとき，$f(t)$ を最大にする t の値と，そのときの最大値を求めよ．

$\boxed{4}$

次の極限値を求めよ．

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^{n\pi} e^{-x}|\sin nx|\,dx$$