

1

n 枚の 100 円玉と $n+1$ 枚の 500 円玉を同時に投げたとき、表の出た 100 円玉の枚数より表の出た 500 円玉の枚数の方が多い確率を求めよ。

2

空間内の 4 点 A, B, C, D が

$$AB=1, AC=2, AD=3$$

$$\angle BAC = \angle CAD = 60^\circ, \angle DAB = 90^\circ$$

を満たしている。この 4 点から等距離にある点を E とする。線分 AE の長さを求めよ。

3

n を正の整数, a を正の実数とする。曲線 $y=x^n$ と曲線 $y=a \log x$ が、点 P で共通の接線をもつとする。ただし、対数は自然対数である。点 P の x 座標を t とするとき

(1) a, t をそれぞれ n を用いて表せ。

(2) 曲線 $y=x^n$ と x 軸および直線 $x=t$ で囲まれる部分の面積を S_1 とする。

また、曲線 $y=a \log x$ と x 軸および直線 $x=t$ で囲まれる部分の面積を S_2 とする。

このとき、 $\frac{S_2}{S_1}$ を n を用いて表せ。

(3) $x \geq 0$ のとき、不等式

$$\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \leq e^{-x} + x - 1 \leq \frac{x^2}{2}$$

が成り立つことを、次の (a), (b) に分けて示せ。ただし、 e は自然対数の底とする。

(a) $x \geq 0$ のとき、不等式 $e^{-x} + x - 1 \leq \frac{x^2}{2}$ が成り立つことを示せ。

(b) $x \geq 0$ のとき、不等式 $\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \leq e^{-x} + x - 1$ が成り立つことを示せ。

(4) 極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_2}{S_1}$ を求めよ。