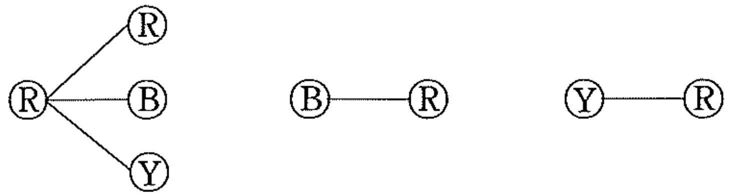
$\boxed{1}$

(解説)

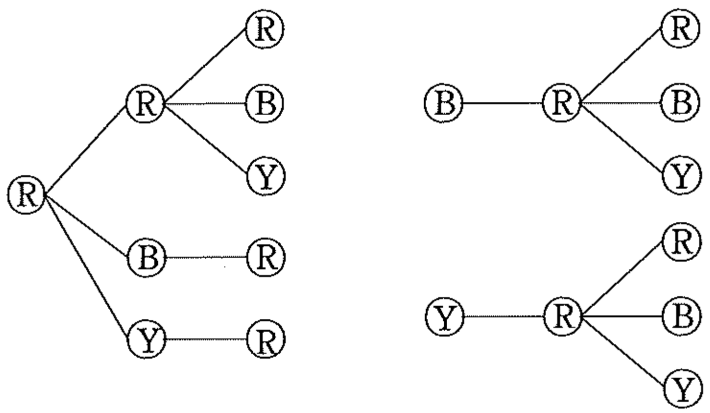
求める塗り方の総数を a_n とする。
車両を赤色で塗ることをⓇ，青色で塗ることをⒷ，
黄色で塗ることをⓎで表す。

$n=2$ のとき　塗り方は次の5通り



よって　　$a_2=5$

$n=3$ のとき　塗り方は次の11通り



よって　　$a_3=11$

次に，$(n+2)$ 両を塗る場合を考える。このとき，先頭車両の色の塗り方で次の[1]，[2]の場合に分かれる。

[1]　先頭車両を赤色で塗る場合
　残りの $(n+1)$ 両の色の塗り方は　　a_{n+1} 通り

[2]　先頭車両を青色または黄色で塗る場合
　2両目は赤色を塗り，残りの n 両の塗り方は a_n 通りあるから，全部で　　$2a_n$ 通り

したがって　　$a_{n+2}=a_{n+1}+2a_n$

これを変形すると　$a_{n+2}+a_{n+1}=2(a_{n+1}+a_n)$

$$a_{n+2}-2a_{n+1}=-(a_{n+1}-2a_n)$$

よって　　$a_{n+1}+a_n=2^{n-2}(a_3+a_2)$

$$a_{n+1}-2a_n=(-1)^{n-2}(a_3-2a_2)$$

$a_2=5$，$a_3=11$ から　$a_{n+1}+a_n=2^{n+2}$，$a_{n+1}-2a_n=(-1)^n$

辺々引いて　　$3a_n=2^{n+2}-(-1)^n$

したがって　　$a_n=\dfrac{1}{3}\{2^{n+2}-(-1)^n\}$

$\boxed{2}$

(解説)

起こりうる場合は全部で　6^n 通り

n 個のさいころの目を x_1，x_2，……，x_n とすると

$$x_1+x_2+\cdots\cdots+x_n=n+3,\ 1\leqq x_k\leqq 6\quad (k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

$x_k-1=X_k$ $(k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$ とおくと

$$X_1+X_2+\cdots\cdots+X_n=3,\ 0\leqq X_k\leqq 5\quad (k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

これを満たす $(X_1,\ X_2,\ \cdots\cdots,\ X_n)$ の組の数は，異なる n 種のものから 3 個を取る重複組合せの数で

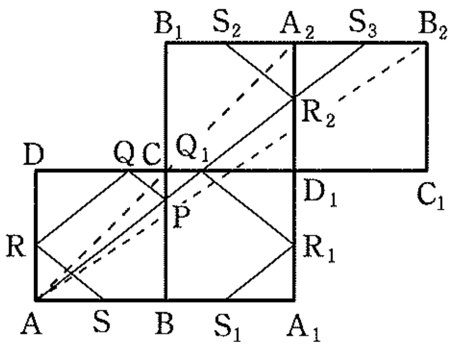
$$_n\mathrm{H}_3={}_{n+3-1}\mathrm{C}_3={}_{n+2}\mathrm{C}_3=\frac{(n+2)(n+1)n}{3\cdot 2\cdot 1}=\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$

よって，求める確率は　$\dfrac{_n\mathrm{H}_3}{6^n}=\dfrac{n(n+1)(n+2)}{6^{n+1}}$

$\boxed{3}$

(解説)

(1)　右の図のように，正方形を順次 BC，$\mathrm{CD_1}$，$\mathrm{D_1A_2}$ に関して折り返していくと，A，P，$\mathrm{Q_1}$，$\mathrm{R_2}$，$\mathrm{S_3}$ は一直線上に並ぶ。
点 P，Q，R，S はどれも正方形 ABCD の頂点とは一致しないから，$\mathrm{S_3}$ は辺 $\mathrm{A_2B_2}$ 上にある。$\dfrac{\mathrm{BP}}{\mathrm{AB}}=\dfrac{t}{1}=t$ であるから，直線 $\mathrm{AS_3}$ の傾きは t である。これが $\mathrm{AB_2}$ の傾きより大きく，$\mathrm{AA_2}$ の傾きより小さくなるから



$$\frac{2}{3}<t<1$$

(2)　△ABP∽△QCP であるから

$$\mathrm{CQ}=\frac{1}{t}\mathrm{PC}=\frac{1-t}{t}$$

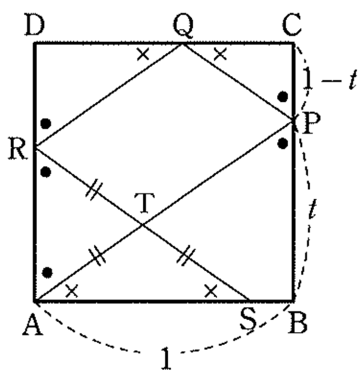
よって　$\mathrm{QD}=1-\dfrac{1-t}{t}=\dfrac{2t-1}{t}$

△ABP∽△QDR であるから

$$\mathrm{DR}=t\mathrm{QD}=2t-1$$

よって　$\mathrm{RA}=1-(2t-1)=2-2t$

△ABP∽△SAR であるから　$\mathrm{AS}=\dfrac{1}{t}\mathrm{RA}=\dfrac{2-2t}{t}$



また，△TRA，△TAS は二等辺三角形であるから

$$\mathrm{TR}=\mathrm{TA}=\mathrm{TS}$$

したがって

$$f(t)=(\text{四角形 ABCD})-\left(\triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{QCP}+\triangle\mathrm{QDR}+\frac{1}{2}\triangle\mathrm{SAR}\right)$$

$$=1-\frac{1}{2}\left\{1\cdot t+(1-t)\cdot\frac{1-t}{t}+\frac{2t-1}{t}\cdot(2t-1)+\frac{1}{2}\cdot(2-2t)\cdot\frac{2-2t}{t}\right\}$$

$$=6-\left(4t+\frac{2}{t}\right)$$

ここで，$t>0$ であるから，相加平均・相乗平均の大小関係により

$$4t+\frac{2}{t}\geqq 2\sqrt{4t\cdot\frac{2}{t}}=4\sqrt{2}$$

等号は $4t=\dfrac{2}{t}$ かつ $\dfrac{2}{3}<t<1$ すなわち $t=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のとき成り立つ。

よって，$f(t)$ の最大値は　$6-4\sqrt{2}$