

高2理系数学総合S 確認テスト 後期第2講

氏名 \_\_\_\_\_ 得点 / 10

---

1 (10点)

曲線  $y = x\sqrt{3-x}$  と直線  $y = x$  によって囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。

1 (10点)

解答  $\frac{12\sqrt{3}-18}{5}$

1 (10点)

曲線と直線の交点の  $x$  座標は,

方程式  $x\sqrt{3-x} = x$  すなわち  $x(\sqrt{3-x}-1)=0$  を解いて  $x=0, 2$  2点

$0 \leq x \leq 2$  では,  $x\sqrt{3-x} \geq x$  であるから

$$S = \int_0^2 (x\sqrt{3-x} - x) dx = \int_0^2 x\sqrt{3-x} dx - \int_0^2 x dx \quad \text{2点}$$

$\sqrt{3-x} = t$  とおくと

$$x = 3 - t^2, \quad dx = -2t dt \quad \text{2点}$$

|     |                          |
|-----|--------------------------|
| $x$ | $0 \rightarrow 2$        |
| $t$ | $\sqrt{3} \rightarrow 1$ |

したがって

$$S = \int_{\sqrt{3}}^1 (3-t^2)t \cdot (-2t) dt - \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^2 \quad \text{2点}$$

$$= \left[ -\frac{2}{5}t^5 + 2t^3 \right]_{\sqrt{3}}^1 - 2 = \frac{12\sqrt{3}-18}{5} \quad \text{2点}$$

