

高2理系数学総合S 確認テスト 後期第5講

氏名 \_\_\_\_\_ 得点 / 10

---

1 (5点)

2点  $P(x, 0)$ ,  $Q(x, \sin x)$  を結ぶ線分を1辺とする正三角形を,  $x$  軸に垂直な平面上に作る。  $P$  が  $x$  軸上を原点  $O$  から点  $(\pi, 0)$  まで動くとき, この正三角形が描く立体の体積を求めよ。

2 (5点)

曲線  $y=1-\sqrt{x}$  と  $x$  軸および  $y$  軸で囲まれた部分を,  $x$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積  $V$  を求めよ。

1 (5点)

解答  $\frac{\sqrt{3}}{8}\pi$

2 (5点)

解答  $\frac{\pi}{6}$

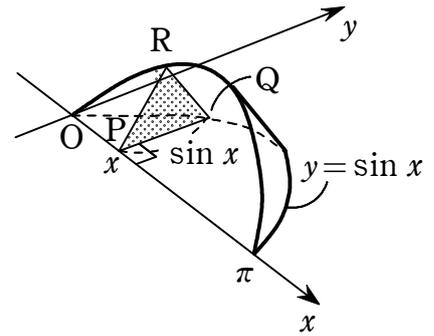
1 (5点)

線分 PQ を 1 辺とする正三角形の面積を  $S(x)$  とすると

$$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4} \sin^2 x$$

よって、求める立体の体積  $V$  は

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{\pi} S(x) dx \\ &= \int_0^{\pi} \frac{\sqrt{3}}{4} \sin^2 x dx \quad \text{┆ 2点} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{8} \int_0^{\pi} (1 - \cos 2x) dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{8} \left[ x - \frac{1}{2} \sin 2x \right]_0^{\pi} = \frac{\sqrt{3}}{8} \pi \quad \text{┆ 3点} \end{aligned}$$



2 (5点)

曲線と  $x$  軸の共有点の  $x$  座標は、

方程式  $1 - \sqrt{x} = 0$  を解いて  $x = 1$

よって

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_0^1 (1 - \sqrt{x})^2 dx \quad \text{┆ 2点} \\ &= \pi \int_0^1 (1 - 2\sqrt{x} + x) dx \\ &= \pi \left[ x - \frac{4}{3} x\sqrt{x} + \frac{x^2}{2} \right]_0^1 = \frac{\pi}{6} \quad \text{┆ 3点} \end{aligned}$$

