数学Ⅱ・数学B・数学C

第1問 (必答問題)(配点 30)

〔1〕 $f(\theta)=\sin^2\theta+2\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta+3\cos^2\theta$ を考える。

(1) $f(0)=\boxed{\text{ア}}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) 2倍角の公式から $\sin 2\theta$, $\cos 2\theta$ を用いて $f(\theta)$ を表すと

$$f(\theta)=\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}\sin 2\theta+\cos 2\theta+\boxed{\text{エ}} \quad \cdots\cdots①$$

となる。

(3) θ が $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，関数 $f(\theta)$ が最大・最小となるときの θ の値を考える。①は

$$f(\theta)=\boxed{\text{オ}}\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}\right)+\boxed{\text{エ}}$$

と変形できる。

(i) この範囲で $y=f(\theta)$ のグラフとして適切なものを考える。

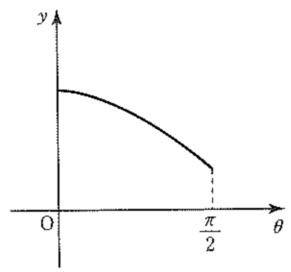
$y=f(\theta)$ のグラフは $y=\sin 2\theta$ のグラフを y 軸方向に $\boxed{\text{オ}}$ 倍に拡大したものを，y 軸の正の方向に $\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{キ}}$ だけ平行移動したものである。

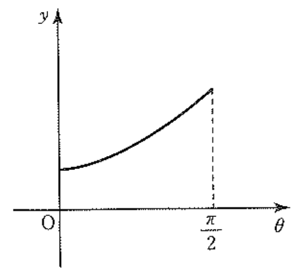
$\boxed{\text{キ}}$ の解答群

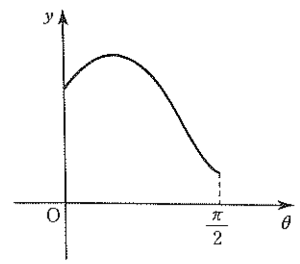
⓪ θ 軸の正の方向に $\frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$	① θ 軸の負の方向に $\frac{\pi}{\boxed{\text{カ}}}$
② θ 軸の正の方向に $\frac{2\pi}{\boxed{\text{カ}}}$	③ θ 軸の負の方向に $\frac{2\pi}{\boxed{\text{カ}}}$
④ θ 軸の正の方向に $\frac{\pi}{2\times\boxed{\text{カ}}}$	⑤ θ 軸の負の方向に $\frac{\pi}{2\times\boxed{\text{カ}}}$

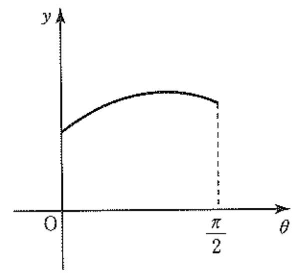
(ii) $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ における $y=f(\theta)$ のグラフの概形は $\boxed{\text{ク}}$ である。

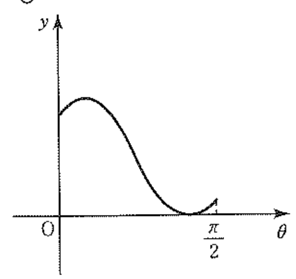
$\boxed{\text{ク}}$ については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

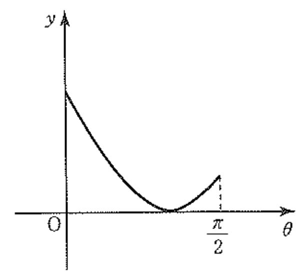
⓪


①


②


③


④


⑤


(iii) $0\leqq\theta\leqq\frac{\pi}{2}$ の範囲で $f(\theta)$ は $\theta=\boxed{\text{ケ}}$ のとき最大，$\theta=\boxed{\text{コ}}$ のとき最小となる。

$\boxed{\text{ケ}}$，$\boxed{\text{コ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ 0	① $\frac{\pi}{24}$	② $\frac{\pi}{12}$	③ $\frac{\pi}{6}$	④ $\frac{\pi}{4}$
⑤ $\frac{7}{24}\pi$	⑥ $\frac{\pi}{3}$	⑦ $\frac{5}{12}\pi$	⑧ $\frac{\pi}{2}$	

(2019年センター本試　改)

〔2〕 a, b, c を実数とし，整式 $P(x)=x^3+ax^2+bx+c$ は $P(1+i)=1+3i$ を満たすものとする。

(1) $(1+i)^2=$ $\boxed{\text{サ}}$，$(1+i)^3=$ $\boxed{\text{シ}}$ である。

$\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{シ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ -2	① -4	② $-2i$	③ $-2-2i$	④ $2-2i$
⑤ 2	⑥ 4	⑦ $2i$	⑧ $-2+2i$	⑨ $2+2i$

(2) $P(1+i)=\left(b+c-\boxed{\text{ス}}\right)+\left(\boxed{\text{セ}}a+b+\boxed{\text{ソ}}\right)i$

である。$P(1+i)=1+3i$ から，b, c を a を用いて表すと $b=$ $\boxed{\text{A}}$，$c=$ $\boxed{\text{B}}$ となる。

$\boxed{\text{A}}$，$\boxed{\text{B}}$ に当てはまる式の組として正しいものは $\boxed{\text{タ}}$ である。

$\boxed{\text{タ}}$ の解答群

	A	B
⓪	$a+1$	$-a+3$
①	$a+1$	$a-3$
②	$2a+1$	$2a+2$
③	$2a+1$	$2a-2$

	A	B
④	$a-1$	$-a+3$
⑤	$a-1$	$a-3$
⑥	$-2a+1$	$2a+2$
⑦	$-2a+1$	$2a-2$

(3) $P(x)$ を x^2-2x+2 で割ったときの余りは，実数 k, l を用いて $kx+l$ と表せる。

k, l の値の組として正しいものは $\boxed{\text{チ}}$ である。

$\boxed{\text{チ}}$ の解答群

⓪ $k=-1$, $l=-4$	① $k=5$, $l=-2$	② $k=-\dfrac{1}{3}$, $l=-1$
③ $k=3$, $l=-2$	④ $k=-2$, $l=7$	⑤ $k=9$, $l=-4$

（2016年センター追試　改）

〔3〕 二つの関数 $f(x)=\dfrac{2^x+2^{-x}}{2}$，$g(x)=\dfrac{2^x-2^{-x}}{2}$ について考える。

(1) $f(0)=$ $\boxed{\text{ツ}}$，$g(0)=$ $\boxed{\text{テ}}$ である。また，$f(x)$ は相加平均と相乗平均の関係から，$x=$ $\boxed{\text{ト}}$ で最小値 $\boxed{\text{ナ}}$ をとる。$g(x)=-2$ となる x の値は $\log_2\left(\sqrt{\boxed{\text{ニ}}}-\boxed{\text{ヌ}}\right)$ である。

(2) 次の①～④は，x にどのような値を代入してもつねに成り立つ。

$f(-x)=\boxed{\text{ネ}}$ ……①

$g(-x)=\boxed{\text{ノ}}$ ……②

$\{f(x)\}^2-\{g(x)\}^2=\boxed{\text{ハ}}$ ……③

$g(2x)=\boxed{\text{ヒ}}f(x)g(x)$ ……④

$\boxed{\text{ネ}}$，$\boxed{\text{ノ}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪ $f(x)$	① $-f(x)$	② $g(x)$	③ $-g(x)$

(3) 太郎さんは，①～④から $f(x)$ と $g(x)$ が三角関数に似た性質をもつと考え，式(A)～(D)を考えた。

太郎さんが考えた式

$f(\alpha-\beta)=f(\alpha)g(\beta)+g(\alpha)f(\beta)$ ……(A)

$f(\alpha+\beta)=f(\alpha)f(\beta)+g(\alpha)g(\beta)$ ……(B)

$g(\alpha-\beta)=f(\alpha)f(\beta)+g(\alpha)g(\beta)$ ……(C)

$g(\alpha+\beta)=f(\alpha)g(\beta)-g(\alpha)f(\beta)$ ……(D)

β に具体的な値を代入するなどして，(1)，(2)で示されたことのいくつかを利用すると，式(A)～(D)のうち，$\boxed{\text{フ}}$ 以外の三つは成り立たないことがわかる。$\boxed{\text{フ}}$ は左辺と右辺をそれぞれ計算することによって成り立つことが確かめられる。

$\boxed{\text{フ}}$ の解答群

⓪ (A)	① (B)	② (C)	③ (D)

（2021年共通テスト本試　改）

第2問 (必答問題)（配点　30）

［1］ 100gずつ袋づめにされている食品AとBがある。1袋あたりのエネルギーと塩の量は表のようになっている。食品AとBをどのような組み合わせで食べればよいか調べよう。ただし，一方のみを食べる場合も含めて考えるものとする。

食品	A	B
エネルギー（kcal）	300	400
塩（g）	2	1

(1) 太郎さんは食品A，Bを食べるにあたり，エネルギーは1200kcal以上2000kcal以下で塩分を9g以下に抑えたい。

食品Aをx袋，食品Bをy袋分だけ食べるとすると，x，yは次の条件を満たす必要がある。

摂取するエネルギー量についての条件　$\boxed{\text{ア}}$　……①

摂取する塩の量についての条件　$\boxed{\text{イ}}$　……②

$\boxed{\text{ア}}$の解答群

⓪ $1200 \leqq 300x + 400y \leqq 2000$　① $1200 \leqq 3x + 4y \leqq 2000$
② $1200 \leqq 4x + 3y \leqq 2000$　③ $2000 \leqq 400x + 300y \leqq 1200$

$\boxed{\text{イ}}$の解答群

⓪ $2x + y \leqq 9$　① $x + 2y \leqq 9$
② $9 \leqq 2x + y$　③ $9 \leqq x + 2y$

(2) 次の⓪～④のうち，x，yの値と条件①，②の関係について正しいものは，$\boxed{\text{ウ}}$と$\boxed{\text{エ}}$である。

$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$の解答群（解答の順序は問わない。）

⓪ $(x, y) = (5, 0)$は条件①を満たすが，②は満たさない。
① $(x, y) = (0, 6)$は条件①を満たすが，②は満たさない。
② $(x, y) = (1, 1)$は条件①を満たすが，②は満たさない。
③ $(x, y) = (3, 2)$は条件①，②ともに満たさない。
④ $(x, y) = (2, 3)$は条件①，②ともに満たす。

(3) 条件①，②をともに満たす(x, y)について，食品AとBを食べる量の合計の最大値を二つの場合で考えてみよう。

食品A，Bが1袋をそれぞれ小分けにして食べられるような食品のとき，すなわちx，yの取りうる値が0以上の実数のとき，食べられる量の最大値は$\boxed{\text{オカキ}}$gである。

このときの(x, y)の組は

$$(x, y) = \left(\frac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \frac{\boxed{\text{サシ}}}{\boxed{\text{ス}}}\right) \text{である。}$$

次に食品A，Bが1袋をそれぞれ小分けにして食べられないような食品のとき，すなわちx，yの取りうる値が0以上の整数の場合，条件①，②をともに満たす整数(x, y)の組は$\boxed{\text{セソ}}$通りあり，このうち食べられる量の最大値は$\boxed{\text{タチツ}}$gである。

（2018年試行調査　改）

〔2〕 aを定数とする。関数$f(x)$に対し，$S(x)=\int_a^x f(t)\,dt$とおく。

(1) $S(x)$は3次関数であるとし，$y=S(x)$のグラフは原点を通り，また，点$(3,\ 0)$でx軸と接する。さらに，$y=S(x)$のグラフの原点での接線の傾きは9である。

このとき，$S(x)$は定数kを用いて，$S(x)=kx\left(x-\boxed{テ}\right)^{\boxed{ト}}$と表され，$k=\boxed{ナ}$である。

$S(a)=\boxed{ニ}$であることから，aを正の定数とすると，$a=\boxed{ヌ}$である。

関数$S(x)$の増減表は，次のようになる。

x	…	ネ	…	ノ	…
$S'(x)$	+	0	−	0	+
$S(x)$	↗		↘		↗

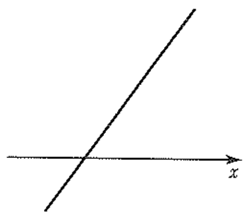
これより，関数$f(x)$について，$x=\boxed{ネ}$で$\boxed{ハ}$であり，$x=\boxed{ノ}$のとき$\boxed{ヒ}$である。また，$\boxed{ノ}<x$の範囲では$\boxed{フ}$である。

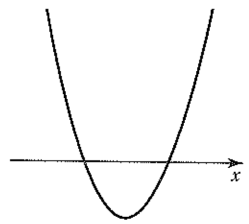
$\boxed{ハ}$，$\boxed{ヒ}$，$\boxed{フ}$の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

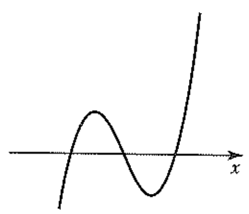
⓪ $f(x)$の値は0　① $f(x)$の値は正　② $f(x)$の値は負
③ $f(x)$は極大　④ $f(x)$は極小

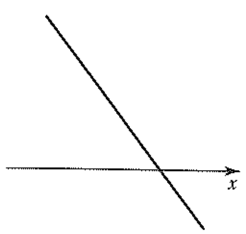
$y=f(x)$のグラフの概形は$\boxed{ヘ}$である。

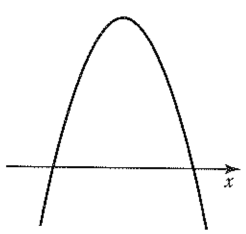
$\boxed{ヘ}$については，最も適当なものを，次の⓪～⑤のうちから一つ選べ。

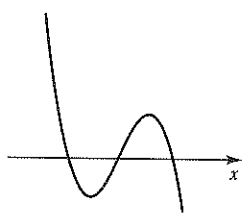
⓪


①


②


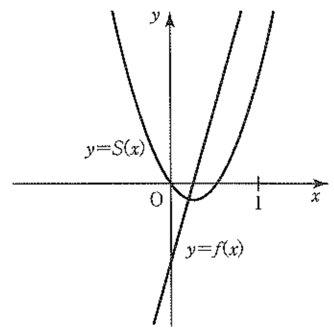
③


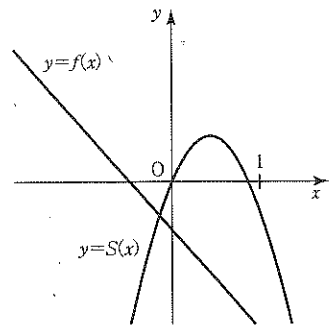
④


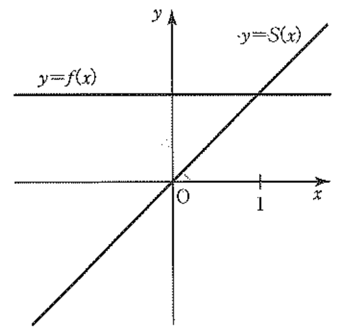
⑤


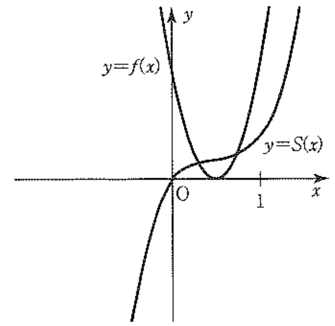
(2) (1)からわかるように，関数$S(x)$の増減から$y=f(x)$のグラフの概形を考えることができる。

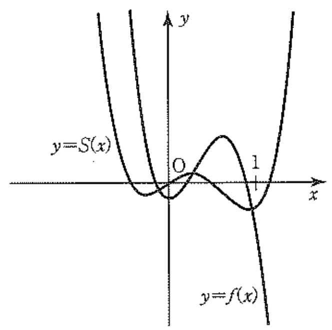
次のa～eのうち，$S(x)=\int_0^x f(t)\,dt$の関係を満たす$y=f(x)$，$y=S(x)$のグラフの概形として**正しくない**ものをすべて選んでいる組合せは$\boxed{ホ}$である。

a．


b．


c．


d．


e．


$\boxed{ホ}$の解答群

⓪ a，b　① a，c　② a，e
③ b，c　④ b，d　⑤ b，e

（2017年試行調査　改）

第3問〜第6問は，いずれか3問を選択し，解答しなさい。

第3問 （選択問題）（配点　20）

第3問を解答するにあたっては，必要に応じて227ページの正規分布表を用いてもよい。なお，小数の形で解答する場合は，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えよ。また，必要に応じて指定された桁まで0を付け足して答えよ。

ある観光地は，お土産用としてクッキーを販売している。クッキーは1枚ずつ袋に包装され，20枚を1つの箱に入れて販売している。箱にはクッキーの質量が「1枚10g」と表記されている。一方，この観光地を抱える自治体では，お土産品にクレームが付くことにより観光地のイメージ低下にならないように，この表示が適正かどうかを定期的に調べている。

今回，自治体の担当部署が，このクッキー5箱分，すなわち100枚を調べたところ，クッキーの質量の標本平均は10.2g，標準偏差は0.4gであった。

(1)　クッキー1枚の質量を確率変数 X で表すこととする。今回の調査の結果をもとに，X は平均10.2g，標準偏差0.4gの正規分布に従うものとする。

X が10g以上10.5g以下となる確率は，0.$\boxed{\text{アイウ}}$ であり，X が9.8g以下となる確率は，0.$\boxed{\text{エオカ}}$ である。この X が9.8g以下となる確率は，「$\boxed{\text{キ}}$」に近い確率である。

$\boxed{\text{キ}}$ については，最も適当なものを，次の⓪〜④のうちから一つ選べ。

⓪　1個のサイコロを投げるとき，偶数の目が出る確率
①　1個のサイコロを投げるとき，1の目が出る確率
②　2個のサイコロを投げるとき，2個とも偶数の目が出る確率
③　2個のサイコロを投げるとき，2個とも1の目が出る確率
④　3個のサイコロを投げるとき，3個とも1の目が出る確率

1枚のクッキーを包装する袋の質量は0.5gであり，20枚のクッキーを入れる箱の質量は50gである。20枚1箱のクッキーの箱と包装する袋を合わせた質量を確率変数 Y で表すとき，Y の平均は $\boxed{\text{クケコ}}$ であり，標準偏差は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ となる。

(2)　今回の調査をもとに，自治体の担当部署ではクッキー1枚あたりの質量について，母平均 m の推定を行った。

今回の調査での100枚の標本平均10.2g，標準偏差0.4をもとにして考えるとき，小数第3位を四捨五入した信頼度99%の信頼区間は，

$$10.\boxed{\text{セソ}} \leqq m \leqq 10.\boxed{\text{タチ}} \quad \cdots\cdots(*)$$

である。

同じ標本を元にした信頼度95%の信頼区間は，信頼度99%の区間に対して，$\boxed{\text{ツ}}$。

$\boxed{\text{ツ}}$ の解答群

⓪　狭い範囲になる　①　同じ範囲になる　②　広い範囲になる

(*)の信頼区間の幅を半分にすることを考える。

信頼度を変えずに信頼区間の幅を半分にするためには，標本の大きさを $\boxed{\text{テトナ}}$ 個にすればよい。また，標本の大きさを変えずに信頼区間の幅を半分にするためには，信頼度を $\boxed{\text{ニヌ}}$.$\boxed{\text{ネ}}$ %にすればよい。

（2017年試行調査　改）

第4問 （選択問題）（配点 20）

初項3，公差pの等差数列を$\{a_n\}$とし，初項3，公比rの等比数列を$\{b_n\}$とする。ただし，$p \neq 0$かつ$r \neq 0$とする。さらに，これらの数列が次を満たすとする。

$$a_nb_{n+1} - 2a_{n+1}b_n + 3b_{n+1} = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots①$$

(1) pとrの値を求めよう。　自然数nについて，a_n，a_{n+1}，b_nはそれぞれ

$$a_n = \boxed{\text{ア}} + (n-1)p \qquad \cdots\cdots②$$

$$a_{n+1} = \boxed{\text{ア}} + np \qquad \cdots\cdots③$$

$$b_n = \boxed{\text{イ}}\,r^{n-1}$$

と表される。$r \neq 0$により，すべての自然数nについて，$b_n \neq 0$となる。$\dfrac{b_{n+1}}{b_n} = r$であることから，①の両辺をb_nで割ることにより

$$\boxed{\text{ウ}}\,a_{n+1} = r\left(a_n + \boxed{\text{エ}}\right) \qquad \cdots\cdots④$$

が成り立つことがわかる。④に②と③を代入すると

$$\left(r - \boxed{\text{オ}}\right)pn = r\left(p - \boxed{\text{カ}}\right) + \boxed{\text{キ}} \qquad \cdots\cdots⑤$$

となる。⑤がすべてのnで成り立つことおよび$p \neq 0$により，$r = \boxed{\text{オ}}$を得る。さらに，このことから，$p = \boxed{\text{ク}}$を得る。

以上から，すべての自然数nについて，a_nとb_nが正であることもわかる。

(2) $p = \boxed{\text{ク}}$，$r = \boxed{\text{オ}}$であることから，$\{a_n\}$，$\{b_n\}$の初項から第n項までの和は，それぞれ次の式で与えられる。

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}\,n\left(n + \boxed{\text{サ}}\right)$$

$$\sum_{k=1}^{n} b_k = \boxed{\text{シ}}\left(\boxed{\text{オ}}^{\,n} - \boxed{\text{ス}}\right)$$

(3) 数列$\{a_n\}$に対して，初項3の数列$\{c_n\}$が次を満たすとする。

$$a_nc_{n+1} - 4a_{n+1}c_n + 3c_{n+1} = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots⑥$$

a_nが正であることから，⑥を変形して，$c_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{セ}}\,a_{n+1}}{a_n + \boxed{\text{ソ}}}c_n$を得る。さらに，$p = \boxed{\text{ク}}$であることから，数列$\{c_n\}$は$\boxed{\text{タ}}$ことがわかる。

$\boxed{\text{タ}}$の解答群

⓪ すべての項が同じ値をとる数列である
① 公差が0でない等差数列である
② 公比が1より大きい等比数列である
③ 公比が1より小さい等比数列である
④ 等差数列でも等比数列でもない

(4) q，uは定数で，$q \neq 0$とする。数列$\{b_n\}$に対して，初項3の数列$\{d_n\}$が次を満たすとする。

$$d_nb_{n+1} - qd_{n+1}b_n + ub_{n+1} = 0 \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots⑦$$

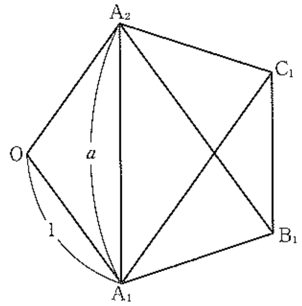
$r = \boxed{\text{オ}}$であることから，⑦を変形して，$d_{n+1} = \dfrac{\boxed{\text{チ}}}{q}(d_n + u)$を得る。したがって，数列$\{d_n\}$が，公比が0より大きく1より小さい等比数列となるための必要十分条件は，$q > \boxed{\text{ツ}}$かつ$u = \boxed{\text{テ}}$である。

（2021年共通テスト本試）

第５問 （選択問題）（配点　20）

１辺の長さが１の正五角形の対角線の長さを a とする。

(1)　１辺の長さが１の正五角形 $\mathrm{OA_1B_1C_1A_2}$ を考える。



$\angle \mathrm{A_1C_1B_1} = \boxed{\text{アイ}}^\circ$，$\angle \mathrm{C_1A_1A_2} = \boxed{\text{アイ}}^\circ$ となることから，$\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}}$ は平行である。ゆえに

$$\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}} = \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}}$$

であるから

$$\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}} = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}} = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}(\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_1}})$$

また，$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{A_2B_1}}$ は平行で，さらに，$\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{A_1C_1}}$ も平行であることから

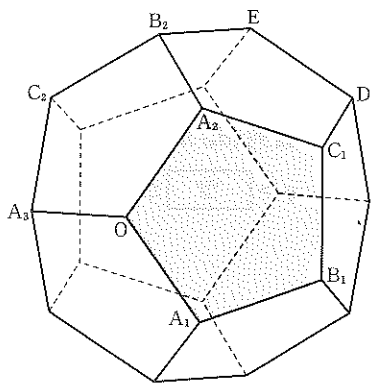
$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{B_1C_1}} &= \overrightarrow{\mathrm{B_1A_2}} + \overrightarrow{\mathrm{A_2O}} + \overrightarrow{\mathrm{OA_1}} + \overrightarrow{\mathrm{A_1C_1}} \\ &= -\boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \overrightarrow{\mathrm{OA_1}} + \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} \\ &= \left(\boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}\right)(\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_1}})\end{aligned}$$

となる。したがって

$$\frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} = \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}$$

が成り立つ。$a > 0$ に注意してこれを解くと，$a = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ を得る。

(2)　右の図のような，１辺の長さが１の正十二面体を考える。正十二面体とは，どの面もすべて合同な正五角形であり，どの頂点にも三つの面が集まっているへこみのない多面体のことである。



面 $\mathrm{OA_1B_1C_1A_2}$ に着目する。$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{A_2B_1}}$ が平行であることから

$$\overrightarrow{\mathrm{OB_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \overrightarrow{\mathrm{A_2B_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_2}} + \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}$$

である。また

$$|\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} - \overrightarrow{\mathrm{OA_1}}|^2 = |\overrightarrow{\mathrm{A_1A_2}}|^2 = \frac{\boxed{\text{カ}} + \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

に注意すると

$$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_2}} = \frac{\boxed{\text{ケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

を得る。

ただし，$\boxed{\text{カ}}$ ～ $\boxed{\text{サ}}$ は，文字 a を用いない形で答えること。

次に，面 $\mathrm{OA_2B_2C_2A_3}$ に着目すると

$$\overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_3}} + \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}$$

である。さらに

$$\overrightarrow{\mathrm{OA_2}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_3}} = \overrightarrow{\mathrm{OA_3}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA_1}} = \frac{\boxed{\text{ケ}} - \sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

が成り立つことがわかる。ゆえに

$$\overrightarrow{\mathrm{OA_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \boxed{\text{シ}},\quad \overrightarrow{\mathrm{OB_1}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB_2}} = \boxed{\text{ス}}$$

である。

$\boxed{\text{シ}}$，$\boxed{\text{ス}}$ の解答群（同じものを繰り返し選んでもよい。）

⓪　0	①　1	②　-1	③　$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
④　$\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$	⑤　$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$	⑥　$\dfrac{-1-\sqrt{5}}{2}$	⑦　$-\dfrac{1}{2}$
⑧　$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$	⑨　$\dfrac{-1-\sqrt{5}}{4}$		

最後に，面 $\mathrm{A_2C_1DEB_2}$ に着目する。

$$\overrightarrow{\mathrm{B_2D}} = \boxed{\text{ウ}}\,\overrightarrow{\mathrm{A_2C_1}} = \overrightarrow{\mathrm{OB_1}}$$

であることに注意すると，４点 O，$\mathrm{B_1}$，D，$\mathrm{B_2}$ は同一平面上にあり，四角形 $\mathrm{OB_1DB_2}$ は $\boxed{\text{セ}}$ ことがわかる。

$\boxed{\text{セ}}$ の解答群

⓪　正方形である	
①　正方形ではないが，長方形である	②　正方形ではないが，ひし形である
③　長方形でもひし形でもないが，平行四辺形である	
④　平行四辺形ではないが，台形である	⑤　台形でない

ただし，少なくとも一組の対辺が平行な四角形を台形という。

（2021年共通テスト本試　一部省略）

第6問 (選択問題)(配点 20)

〔1〕 太郎さんと花子さんは複素数αに対して，α^n ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$) がどのような複素数になるのかを考えている。

> 花子：コンピュータソフトを使えば，100乗までだって計算できるね。
> 太郎：場合によってはコンピュータソフトを使わなくても簡単に計算できるよ。

$\alpha=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}$ とすると

$$\alpha=\cos\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}}+i\sin\frac{\pi}{\boxed{\text{ア}}},\quad \alpha^2=\cos\frac{\boxed{\text{イ}}\pi}{\boxed{\text{ア}}}+i\sin\frac{\boxed{\text{イ}}\pi}{\boxed{\text{ア}}}$$

と表される。α^n ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$) を考えると，ド・モアブルの定理より，周期的に同じ複素数が現れる。どんなnの値に対しても$\alpha^n=\alpha^{n+p}$が成り立つ最小の自然数pは$p=\boxed{\text{ウ}}$である。

これらのことから，

$$\alpha^{99}=\boxed{\text{エオ}},\quad \alpha^{100}=\frac{\boxed{\text{カキ}}-\sqrt{\boxed{\text{ク}}}\,i}{2}$$

であることがわかる。

次に，$\alpha=\cos\dfrac{\pi}{a}+i\sin\dfrac{\pi}{b}$ ($a\neq b$) と表される複素数αを考える。

$a=6,\ b=3$のとき，

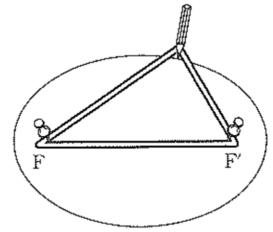
$$\alpha=\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}\left(\cos\frac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}+i\sin\frac{\pi}{\boxed{\text{サ}}}\right)$$

となることから，

$$\alpha^{100}=\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{100}=\boxed{\text{シ}}\left(\frac{\boxed{\text{ス}}}{2}\right)^{\boxed{\text{セソ}}}$$

と表される。

〔2〕 図のようにx軸上に2定点$\mathrm{F}(-c,\ 0)$，$\mathrm{F}'(c,\ 0)$をとり，長さtのロープを用いて，楕円$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$を描くことを考える。



(1) $c=4,\ t=18$のとき，$a=\boxed{\text{タ}}$，$b=\boxed{\text{チ}}$の楕円が描かれる。

(2) 楕円を描くときに使用するロープの長さtと描かれた楕円におけるa，cとの間には，$t=\boxed{\text{ツ}}a+\boxed{\text{テ}}c$という関係式が成り立つため，$a=13,\ c=12$の楕円を描こうとすると長さ$\boxed{\text{トナ}}$のロープが必要であり，このとき，$b=\boxed{\text{ニ}}$の楕円が描かれる。

(3) $a=5,\ t=16$のとき，$b=\boxed{\text{ヌ}}$，$c=\boxed{\text{ネ}}$の楕円が描かれる。このとき，楕円を描く際にロープでできる三角形について考えると，面積の最大値は$\boxed{\text{ノハ}}$である。

(4) 長さ$t=16$のロープを用いて，x軸上に2定点$\mathrm{F}(-c,\ 0)$，$\mathrm{F}'(c,\ 0)$をとって楕円を描く。cの値を変化させていくつかの楕円を描くとき，cの値を増加させると，a，bの値については，$\boxed{\text{ヒ}}$。

ただし，$0<c<4$とする。

$\boxed{\text{ヒ}}$の解答群

- ⓪ aの値は増加し，bの値は減少する
- ① aの値は減少し，bの値は増加する
- ② a，bどちらの値も減少する
- ③ a，bどちらの値も増加する