２学期
期末試験
対策講習

高１甲陽物理化学

本教材は

物理「波動(音波)」「浮力」「剛体のつり合い」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY COLLABO.

【問題】

1

深い水槽に密度 ρ の液体が満たされている。この液体表面から体積 V，密度 ρ_A $(\rho_A > \rho)$ の球 A を静かに放したところ，沈んでいった。重力加速度の大きさを g として，以下の問いに答えよ。

(1) 球 A にはたらく重力の大きさはどれだけか。

(2) 球 A が液体中で受ける浮力の大きさはいくらか。

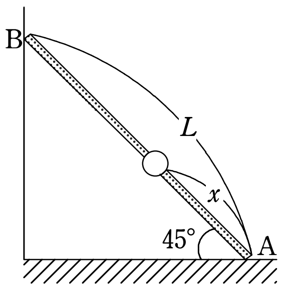
(3) 速さ v で液体中を下降する球 A の加速度の大きさを求めよ。ただし，球 A には v に比例する上向きの抵抗力 kv がはたらくものとする。

(4) 下降を始めてから十分に時間が経過した後，球 A は一定速度 v_A に達した。この速度 v_A を V，ρ，ρ_A，g および k を用いて表せ。

(5) 球 A と同じ体積で密度が ρ_B である球 B を，この液体表面から球 A と同じように沈めた。球 B が下降を始めてから十分に時間が経過した後に達する一定速度を v_B とする。いま，密度の値が $\rho = 1.0\ \mathrm{g/cm^3}$，$\rho_A = 1.5\ \mathrm{g/cm^3}$ および $\rho_B = 2.0\ \mathrm{g/cm^3}$ であるとき，v_B は v_A の何倍か。ただし，比例定数 k の値は球 A と球 B で同じであるとする。

2

図のように，水平であらい床から鉛直でなめらかな壁に，質量 M で長さ L の一様な棒 AB を，床から 45° の角度で立てかけた。A 端より棒 AB にそって x のところに M の n 倍の質量をもつ小さなおもりを取りつけたところ，棒 AB は静止したままであった。A 端と床との間にはたらく摩擦力の大きさを F，床から A 端にはたらく垂直抗力の大きさを N_A，壁から B 端にはたらく垂直抗力の大きさを N_B とし，A 端と床との間の静止摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g として，次の問いに答えよ。



(1) 棒 AB にはたらく水平方向の力のつりあいの条件を F と N_B を用いて表せ。

(2) 棒 AB にはたらく鉛直方向の力のつりあいの条件を M，n，N_A，g を用いて表せ。

(3) A 端のまわりの N_B による力のモーメントの大きさはいくらか。L，N_B を用いて表せ。

(4) A 端のまわりの重力による力のモーメントの大きさはいくらか。M，L，x，n，g を用いて表せ。

(5) F はいくらか。M，L，x，n，g を用いて表せ。

(6) A 端と床との間の最大摩擦力はいくらか。M，n，μ，g を用いて表せ。

(7) おもりをゆっくりと棒にそって B 端 $(x = L)$ へ移動させても棒がすべらないための μ の条件を，n を用いて表せ。

3

一辺が a〔m〕で質量が m〔kg〕の一様な立方体形の物体が水平面上に置かれている。物体と水平面の間の静止摩擦係数を μ とし，重力加速度の大きさを g〔$\mathrm{m/s^2}$〕とする。図 1，図 2，図 3 は物体の重心を通る鉛直断面を表している。

図 1 のように物体の右下の角 A に水平方向右向きの力を加え，その力の大きさを徐々に大きくすると物体がすべり始めた。

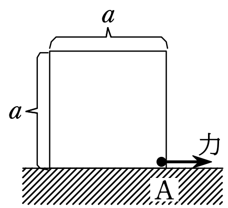


図 1

(1) 物体がすべり始めたときの右向きに加えた力の大きさを求めよ。

次に，図 2 のように物体の右上の角 B に水平方向右向きの力を加え，その力を徐々に大きくしたところ，物体はすべることなく傾き始めた。

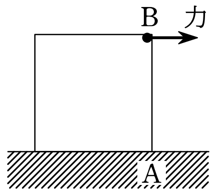


図 2

(2) 重力による角 A まわりの力のモーメントの大きさを求めよ。

(3) 物体が傾き始めたときの右向きに加えた力の大きさを求めよ。

(4) 物体が水平面上をすべることなく傾き始める場合の，静止摩擦係数 μ の条件を求めよ。

今度は，図 3 のように物体の左上の角 C に水平方向からの角度 θ〔rad〕$\left(0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ の向きに力を加えた。その力を徐々に大きくしたところ，加えた力の大きさが F〔N〕のときに，物体はすべることなく傾き始めた。

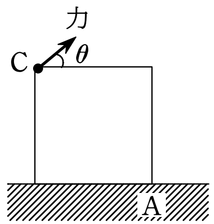


図 3

(5) 物体が傾き始めたときに，物体が水平面から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

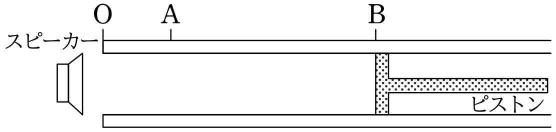
(6) 物体が傾き始めたときの力の大きさ F を求めよ。

(7)　θ を変えると，物体が傾き始める力の大きさ F を最小にすることができる。その角度 θ_{m}〔rad〕を求めよ。

(8)　θ_{m} の方向に力を加えるとき，物体が水平面上をすべることなく傾き始める場合の，静止摩擦係数 μ の条件を求めよ。

$\boxed{4}$

図のように空気中に円管とピストンがある。スピーカーが発生する振動数 f_0 の音を管口 O に入射させながらピストンを O から右向きに動かしたところ，ピストン内面の位置が A，B の 2 箇所において共鳴により音が大きく聞こえることがわかった。このとき管内には定常波が発生している。O から A，B までの距離を計測したところ，それぞれ l_1，l_2 であった。次の問いに答えよ。



(1)　上の問題文に示した実験により，定常波の波長 λ および管内の音の速さ v を求めることを考える。2 つの計測値 l_1，l_2 を使って λ および v を求める式を示せ。

(2)　定常波は管口付近に腹をもつが，その正確な位置はわずかな距離 Δl だけ管口の外側になる。この Δl のことを何というか。また Δl を l_1，l_2 で表せ。

(3)　位置 A と位置 B の中間位置を P とする。ピストンが位置 B にあるとき，位置 A および位置 P において管内の空気分子はそれぞれどのような振動をするか。

(4)　(3) において，音波のないときの管内の空気の密度を ρ_0 とする。管内の温度が一定であるとき，それぞれの位置で空気の密度の時間変化をグラフ上に図示し，そうなる理由を述べよ。

(5)　ピストンが位置 B にあるとき，スピーカーの音の振動数を増加させていくと，音は一度小さくなった後，再び共鳴が起きて大きくなった。このときの振動数 f_1 は f_0 の何倍か。

(6)　(5) において，管内の空気の温度が 15 ℃ だったとする。いま他の条件を変えずに管内の空気の温度を30 ℃ にしたところ音が弱まったが，ピストンをわずかに動かしたら再び共鳴が起きて音が強まった。このとき定常波の波長は何 % 変化するか。またピストンを動かした向きは左右どちらか。

$\boxed{5}$

図 1 のように，弦の一端を電磁おんさに固定し，他端にはおもりをさげる。弦 PQ の長さは $3l$ であり，この状態で弦を伝わる波の速さを v とする。

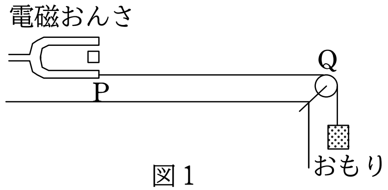


図 1

(1)　弦 PQ が基本振動するとき，弦を伝わる波の波長 λ_1 を l を用いて表せ。

(2)　弦 PQ の基本振動の周期 T_1 を求めよ。

次に図 2 のように，太さの異なる 2 種の弦を結合した弦をはる。弦の長さは PR が l，RQ が $2l$ であり，弦を伝わる波の速さは，PR 間が v，RQ 間はその半分である。

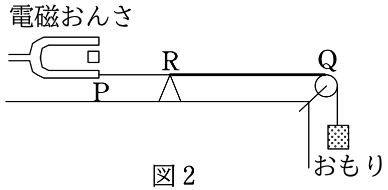


図 2

電磁おんさの振動数を適当に調節したら，PR 間に定常波の腹が 2 つできた。

(3)　電磁おんさの振動数 f を求めよ。

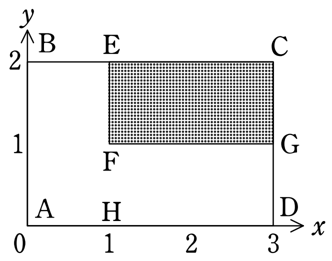
(4)　RQ 間の定常波の腹の数を求めよ。

(5)　図 2 の状態で，電磁おんさの振動数を 0 から徐々に大きくしていくと，ある振動数 f_0 で初めて弦が共振する。

f_0 と，このときの PQ 間の定常波の腹の数を求めよ。

6

図に示すように，一様な厚さで，辺の長さが 2 m と 3 m の長方形の板 ABCD がある。



(1)　この板 ABCD の重心 Z_1 の座標 $(x_1,\ y_1)$ を求めよ。なお，A，B，C，D の座標は，各々 (0，0)，(0，2)，(3，2)，(3，0) である。(単位 m)

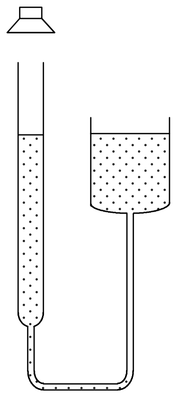
(2)　この板から長方形 EFGC を切り取った。残った板の重心 Z_2 の座標 $(x_2,\ y_2)$ を求めよ。なお，E，F，G の座標は，各々 (1，2)，(1，1)，(3，1) である。(単位 m)

(3)　切り取った長方形 EFGC を残った板の ABEH に重ねた。この場合の重心 Z_3 の座標 $(x_3,\ y_3)$ を求めよ。なお，H の座標は (1，0) である。(単位 m)

7

気柱の共鳴について，次の問いに答えよ。

気柱共鳴の実験装置と，連続的に振動数を変えることができる音源がある。まず，図のように，ガラス管に水を入れ，管口の近くに音源を置き，ある一定の振動数 f の音を出しながら，水面を管口からしだいに下げていった。ここで，1 番目および 2 番目に共鳴したときの，管口から水面までの距離を，それぞれ，h_1，h_2 とし，そのときの水面の位置を，それぞれ，P，Q とする。



(1)　音源から出る音波の波長はいくらか。

(2)　音の速さはいくらか。

(3)　開口端補正 (管口部に生じる腹の位置から管口までの距離) はいくらか。

次に，音源の振動数を，それぞれ，f のちょうど 2 倍または 3 倍にして，P，Q の位置で共鳴するかどうかを試してみた。ここでは，開口端補正は振動数によらないとする。

(4)　振動数が $2f$ の場合，次の記述のなかから，正しいものを選び，記号で示せ。また，$3f$ の場合についても同様に示せ。

(a)　P でのみ共鳴する。　　(b)　Q でのみ共鳴する。

(c)　P，Q のいずれでも共鳴する。　　(d)　P，Q のいずれでも共鳴しない。

さらに，管口から水面までの距離を，h_2 と h_1 の差に等しい距離 h に合わせ，音源の振動数を変えて共鳴させた。ここでは，開口端補正を無視できるものとする。

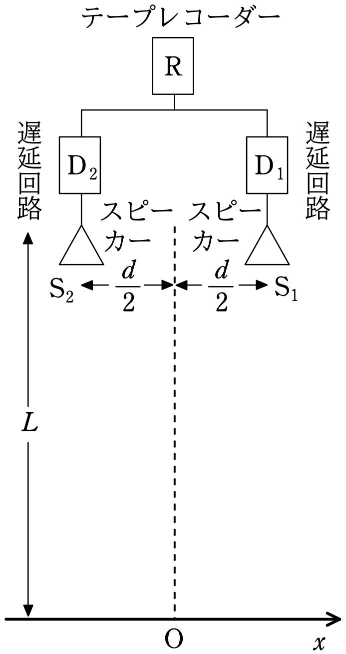
(5)　共鳴する振動数のうち，もっとも小さい値はいくらか。f を用いて表せ。

(6)　音源の振動数を，前問で求めた値よりも小さい値から，しだいに増していった。n 番目の共鳴が生じたとき，音波の波長はいくらか。h と n を用いて表せ。

(7)　このとき，音波の振動数はいくらか。f と n を用いて表せ。

8

図のような実験を考える。以下の文章中の $\boxed{}$ の中に適当な言葉または式を入れよ。以下では，空気中の音の速さを V とし，音波の減衰は考えなくてよい。(図の遅延回路は，電気信号の伝達を時間的に遅らせる回路である。テープレコーダーからの信号を遅延回路に通すと，通さなかった場合に比べてスピーカーに到達する時間が遅れる。その結果，同じ波形の音波が遅れてスピーカーから出る。)



(1) 周期 T で振動するおんさの音を録音したテープをテープレコーダー R で再生した。この音波の空気中での波長は $\boxed{\text{ア}}$ となる。また振動数は $\boxed{\text{イ}}$ である。R の出力を遅延回路 D_1 と D_2 を通してスピーカー S_1 と S_2 から同じ大きさの音を出した。S_1 と S_2 の間隔は d である。遅延回路 D_1 で信号が時間 T_1 だけ遅れ，D_2 では T_2 だけ遅れるものとする。

T_1 と T_2 を固定して，遅延時間の差 $\varDelta T = T_2 - T_1$ を 0 にしたところ，S_1 と S_2 からは位相の同じ音波が発生した。この音を距離 L だけ離れている直線 (これを x 軸とする) の上で観測した。S_1 とS_2 から同じ距離の点を原点 O ($x=0$) とした。S_1 と S_2 からの音波が $\boxed{\text{ウ}}$ し，観測者が x 軸上を徐々に移動すると一定の距離ごとに音の強さが変動した。とくに x が $\boxed{\text{エ}}$ (ただし m は整数) の位置では音が聞こえなくなった。なお L は d や $|x|$ に比べてはるかに大きいとする。

遅延時間の差 $\varDelta T$ を 0 でない値に固定して同様の実験を行うと，音が聞こえなくなる位置が $\boxed{\text{オ}}$ だけずれる。

T_1 を固定し，再生を開始してからの時間 t に比例して T_2 を増加させ，$\varDelta T = \beta t$ とした。ただし β は 1 に比べてはるかに小さい正の実数である。この場合に同様の実験を行うと，点 O で観測される音の強さが周期的に振動した。この振動の周期は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(2) 振動数が少しだけ異なる 2 つのおんさ A と B の音を同時に録音したテープがある。これを $\varDelta T$ を 0 にして再生し，S_1 と S_2 から同じ音波を出した。点 O では両方のおんさの音が聞こえ，音の強さが一定の時間ごとに振動する現象が観測された。これを $\boxed{\text{キ}}$ という。観測者が点 O の位置から x 軸の正の方向に徐々に移動すると，$x = x_A$ の位置で A の音が消えた。さらに移動すると $x = x_B$ の位置で B の音が消えた。その途中でいずれかの音が聞こえなくなることはなかった。このことから振動数が大きいほうのおんさは $\boxed{\text{ク}}$ であることがわかる。また点 O での $\boxed{\text{キ}}$ の振動数は $\boxed{\text{ケ}}$ である。

【解答＆解説】

$\boxed{1}$

解答　(1)　$\rho_{\mathrm{A}}Vg$　　(2)　ρVg

(3)　$a=\dfrac{\rho_{\mathrm{A}}Vg-\rho V-kv}{\rho_{\mathrm{A}}V}$　　(4)　$\dfrac{\rho_{\mathrm{A}}-\rho}{k}Vg$　　(5)　2 倍

$\boxed{2}$

解答　(1)　$N_{\mathrm{B}}-F=0$　　(2)　$N_{\mathrm{A}}-Mg-nMg=0$　　(3)　$\dfrac{\sqrt{2}}{2}N_{\mathrm{B}}L$

(4)　$\dfrac{\sqrt{2}}{4}(L+2nx)Mg$　　(5)　$\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{nx}{L}\right)Mg$　　(6)　$(1+n)\mu Mg$

(7)　$\mu \geqq \dfrac{1+2n}{2(1+n)}$

$\boxed{3}$

解答　(1)　μmg [N]　　(2)　$\dfrac{1}{2}mga$ [N·m]　　(3)　$\dfrac{1}{2}mg$ [N]　　(4)　$\mu \geqq \dfrac{1}{2}$

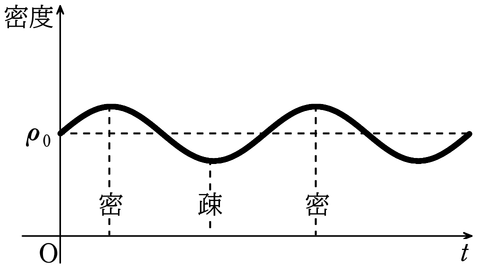
(5)　$mg-F\sin\theta$ [N]　　(6)　$\dfrac{mg}{2(\cos\theta+\sin\theta)}$ [N]　　(7)　$\dfrac{\pi}{4}$ rad　　(8)　$\mu \geqq \dfrac{1}{3}$

$\boxed{4}$

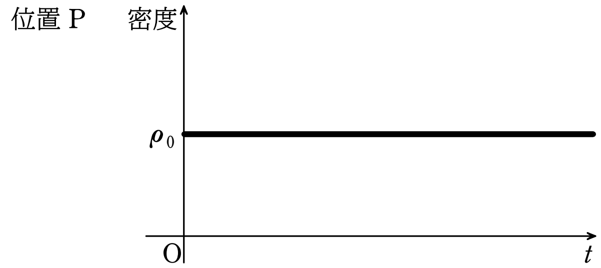
解答　(1)　λ：$2(l_2-l_1)$，v：$2(l_2-l_1)f_0$　　(2)　開口端補正，$\dfrac{l_2-3l_1}{2}$

(3)　A：振動しない，P：激しく振動している

(4)



理由：節では，左右から空気分子が集まったり，離れたりしているから，疎密の変化が激しい。しかし，節の部分では空気分子は振動していない。



理由：腹の P では，空気分子は激しく振動しているが，空気分子の間隔は変化せず，図のように密度は一定である。

(5)　$\dfrac{5}{3}$ 倍　　(6)　右，2.6 %

$\boxed{5}$

解答　(1)　$6l$　　(2)　$\dfrac{6l}{v}$　　(3)　$\dfrac{v}{l}$　　(4)　8 個　　(5)　$\dfrac{v}{2l}$，5 個

$\boxed{6}$

解答　(1)　1.5 m，1 m　　(2)　1.25 m，0.75 m　　(3)　1 m，0.83 m

$\boxed{7}$

解答　(1)　$2(h_2-h_1)$　　(2)　$2f(h_2-h_1)$　　(3)　$\dfrac{1}{2}(h_2-3h_1)$

(4)　$2f$ の場合：(d)，$3f$ の場合：(c)　　(5)　$\dfrac{f}{2}$　　(6)　$\dfrac{4h}{2n-1}$

(7)　$\dfrac{f}{2}(2n-1)$

$\boxed{8}$

解答　(1)　(ア)　VT　　(イ)　$\dfrac{1}{T}$　　(ウ)　干渉　　(エ)　$\dfrac{LVT}{d}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)$

(オ)　x 軸の負の向きに $\dfrac{LV}{d}(T_2-T_1)$　　(カ)　$\dfrac{T}{\beta}$

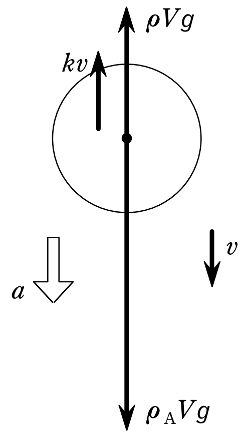
(2)　(キ)　うなり　　(ク)　A　　(ケ)　$\dfrac{VL}{2d}\left(\dfrac{1}{x_{\mathrm{A}}}-\dfrac{1}{x_{\mathrm{B}}}\right)$

1

密度 ρ，体積 V の物体の質量は ρV，重力の大きさは ρVg である。

(1)　球 A の質量は $\rho_{\mathrm{A}}V$ であるから，重力は　$\boldsymbol{\rho_{\mathrm{A}}Vg}$

(2)　球が排除する液体の質量は ρV であるから，浮力の大きさは　$\boldsymbol{\rho Vg}$



(3)　運動方程式　$\rho_{\mathrm{A}}V\cdot a=\rho_{\mathrm{A}}Vg-\rho Vg-kv$　より

$$a=\frac{\rho_{\mathrm{A}}Vg-\rho V-kv}{\rho_{\mathrm{A}}V}$$

(4)　一定速度 v_{A} のときは $a=0$ だから

$$0=\rho_{\mathrm{A}}Vg-\rho Vg-kv_{\mathrm{A}}$$

よって　$v_{\mathrm{A}}=\dfrac{\rho_{\mathrm{A}}-\rho}{k}Vg$

(5)　同様に $v_{\mathrm{B}}=\dfrac{\rho_{\mathrm{B}}-\rho}{k}Vg$ であるから

$$\frac{v_{\mathrm{B}}}{v_{\mathrm{A}}}=\frac{\rho_{\mathrm{B}}-\rho}{\rho_{\mathrm{A}}-\rho}$$

ここに，$\rho=1.0$，$\rho_{\mathrm{A}}=1.5$，$\rho_{\mathrm{B}}=2.0$ を代入して

$$\frac{v_{\mathrm{B}}}{v_{\mathrm{A}}}=\frac{2.0-1.0}{1.5-1.0}=2\text{ (倍)}$$

2

棒 AB にはたらく力は図 a のようになる。

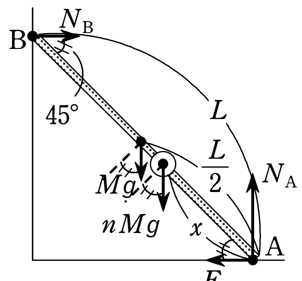


図 a

(1)　水平方向の力は F と N_{B} で，つりあいの式は

$$N_{\mathrm{B}}-F=0$$

(2)　鉛直方向の力は N_{A} と棒の重力 Mg，おもりの重力 nMg で，つりあいの式は

$$N_{\mathrm{A}}-Mg-nMg=0$$

(3)　力のモーメントの式「$M=F_{\perp}l$」を用いると，N_{B} の点 A のまわりの力のモーメント M_{B} は

$$M_{\mathrm{B}}=N_{\mathrm{B}}\sin 45°\times L=\frac{\sqrt{2}}{2}N_{\mathrm{B}}L$$

(4)　棒とおもりにはたらく重力の点 A のまわりの力のモーメント M_{G} は

$$\begin{aligned}M_{\mathrm{G}}&=Mg\cos 45°\times\frac{L}{2}+nMg\cos 45°\times x\\&=\frac{\sqrt{2}}{4}MgL+\frac{\sqrt{2}}{2}nMgx\\&=\frac{\sqrt{2}}{4}(L+2nx)Mg\end{aligned}$$

(5)　(3) の力のモーメント (時計回り) と (4) の力のモーメント (反時計回り) がつりあうので

$$\frac{\sqrt{2}}{2}N_{\mathrm{B}}L=\frac{\sqrt{2}}{4}(L+2nx)Mg$$

よって　$N_{\mathrm{B}}=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{nx}{L}\right)Mg$

(1) より　$F=N_{\mathrm{B}}=\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{nx}{L}\right)Mg$

(6)　求める力の大きさを F_0 とおくと，最大摩擦力の式「$F_0=\mu N$」より　$F_0=\mu N_{\mathrm{A}}$

(2) より N_{A} を代入すると

$$F_0=\mu(Mg+nMg)=(1+n)\mu Mg$$

(7)　$x=L$ のとき，(5) より

$$F=\left(\frac{1}{2}+\frac{nL}{L}\right)Mg=\frac{1+2n}{2}Mg$$

棒がすべらないための条件は摩擦力 F が最大摩擦力をこえないこと，すなわち

$$F\leqq F_0$$

であるから，上記の F と (6) の F_0 を代入して

$$\frac{1+2n}{2}Mg\leqq(1+n)\mu Mg$$

よって　$\mu\geqq\dfrac{1+2n}{2(1+n)}$

3

ヒント　(1)，(4)　最大摩擦力「μN」をこえる外力が加われば物体はすべり始める。

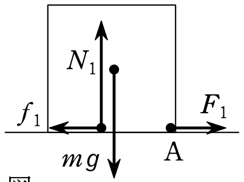
(2)，(3)　物体が傾き始めるときの垂直抗力の作用点は，回転軸となる点 A である。

(5)　垂直抗力の大きさは力のつりあいの関係から求める。mg と一致するとは限らないことに注意。

(7)　$\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)$ で $\alpha=\dfrac{1}{4}\pi$ となる関係を用いる。

(1)　点Aに加えた力 F_1，重力 mg，垂直抗力 N_1，そして静止摩擦力 f_1 を図示すると図aとなる。物体にはたらく力の，水平方向と鉛直方向のつりあいの式より

$$f_1=F_1,\quad N_1=mg$$



図a

外力 F_1 が最大摩擦力「μN」をこえると物体はすべり始めるので

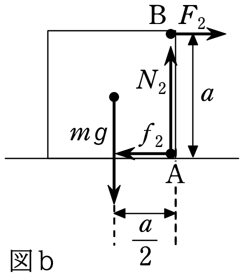
$$F_1 \geqq \mu N=\mu mg$$

よって，求める力の大きさは　$\boldsymbol{\mu mg}$〔N〕

(2)　点Bに加えた力 F_2，垂直抗力 N_2，静止摩擦力 f_2，そして重力 mg を図示すると図bとなる※A←。

力のモーメントの式「$M=F_{\perp}\times l$」より

$$mg\times\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}\boldsymbol{mga}\ 〔\mathrm{N\cdot m}〕$$



図b

(3)　物体が傾き始めるときの N_2 の作用点は点Aとなるから，点Aのまわりの力のモーメントのつりあいより

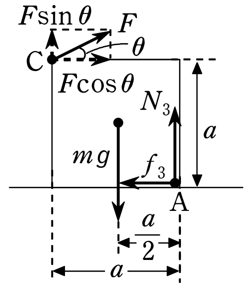
$$mg\times\frac{1}{2}a=F_2\times a^{※B←}\qquad よって\quad F_2=\frac{1}{2}\boldsymbol{mg}\ 〔\mathrm{N}〕$$

(4)　(3)で求めた F_2 のとき，物体が水平面に対してすべらなければよい。力のつりあいより　$f_2=F_2$，$N_2=mg$　　よって　$f_2=F_2=\dfrac{1}{2}mg$

摩擦力 f_2 が最大摩擦力「μN」以下であれば物体はすべり出さない。このことと，$N_2=mg$ から　$f_2\leqq\mu N_2$　　よって　$F_2\leqq\mu mg$

すなわち　$\dfrac{1}{2}mg\leqq\mu mg$　　よって　$\boldsymbol{\mu\geqq\dfrac{1}{2}}$

(5)　物体にはたらく力は，点Cに加えた F，重力 mg，垂直抗力 N_3，静止摩擦力 f_3 であり，それらを図示すると図cとなる※C←。



図c

F を水平方向と鉛直方向に分解して考え，鉛直方向の力のつりあいより

$$N_3+F\sin\theta=mg\qquad よって\quad N_3=\boldsymbol{mg-F\sin\theta}\ 〔\mathrm{N}〕$$

(6)　点Aのまわりの力のモーメントのつりあいを考えると

$$mg\times\frac{1}{2}a=F\cos\theta\times a+F\sin\theta\times a^{※D←}$$

よって　$F=\dfrac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{2(\cos\theta+\sin\theta)}}$〔N〕

(7)　(6)の結果より，F を最小にするには，$\cos\theta+\sin\theta$ を最大にすればよい。

$$\cos\theta+\sin\theta=\sqrt{2}\sin(\theta+\alpha)^{※E←}$$

$\theta+\alpha=\dfrac{\pi}{2}$ のとき最大値 $\sqrt{2}$ となる。ここで，α は $\sin\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ を満たすから　$\alpha=\dfrac{1}{4}\pi$

よって，求める角 θ_{m} は　$\theta_{\mathrm{m}}=\dfrac{\pi}{2}-\alpha=\boldsymbol{\dfrac{1}{4}\pi}$〔rad〕※F←

(8)　(6)の結果に(7)の θ_{m} を代入すると，F の最小値 F_{m} は

$$F_{\mathrm{m}}=\frac{mg}{2(\cos\theta_{\mathrm{m}}+\sin\theta_{\mathrm{m}})}=\frac{mg}{2\sqrt{2}}$$

この力ですべることなく傾き始める条件を求める。すべらない条件は，(4)と同様に考えて $f_3\leqq\mu N_3$ であればよい。水平方向の力のつりあいより

$$f_3=F_{\mathrm{m}}\cos\theta_{\mathrm{m}}=\frac{mg}{2\sqrt{2}}\cdot\cos\frac{\pi}{4}=\frac{1}{4}mg$$

(5)より　$N_3=mg-F_{\mathrm{m}}\sin\theta_{\mathrm{m}}=mg-\dfrac{mg}{2\sqrt{2}}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}}=\dfrac{3}{4}mg$

よって　$\dfrac{1}{4}mg\leqq\mu\cdot\dfrac{3}{4}mg$　　ゆえに　$\boldsymbol{\mu\geqq\dfrac{1}{3}}$

←※A　F_2 を大きくすると，N_2 の作用点は右へ移動し，物体が傾くときの作用点は点Aとなる。

←※B　力のモーメントの和

$$mg\times\frac{1}{2}a-F_2a=0$$

と考えてもよい。

←※C　傾き始めるときの N_3 の作用点は点 A である。

←※D　点 A のまわりの力のモーメントであるから，N_3 および f_3 による力のモーメントは 0 である。

←※E　三角関数の合成

$$a\sin\theta+b\cos\theta=\sqrt{a^2+b^2}\sin(\theta+\alpha)$$

ただし

$$\cos\alpha=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

$$\sin\alpha=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

←※F　別解

$$(\cos\theta+\sin\theta)^2=\cos^2\theta+\sin^2\theta+2\cos\theta\sin\theta$$
$$=1+\sin 2\theta$$

ここで，$\sin 2\theta$ が最大になる角は　$2\theta=\frac{\pi}{2}$

よって　$\theta_{\mathrm{m}}=\frac{1}{4}\pi$〔rad〕

4

(1)　ピストンが位置 A，B にあるときの定常波は図 a のようになる。

したがって，求める波長 λ は

$$\lambda=2(l_2-l_1)$$

「$v=f\lambda$」より

$$v=f_0\lambda=2(l_2-l_1)f_0$$

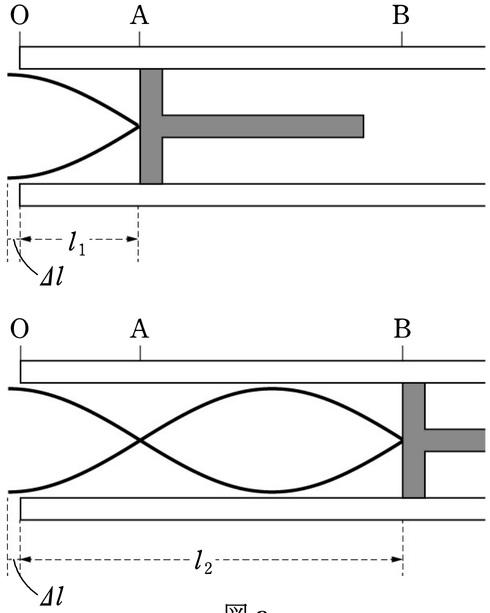


図 a

(2)　Δl は**開口端補正**という。Δl を含めて波長 λ を求めると

$$\lambda=4\times(l_1+\Delta l)$$

λ を代入して　$2(l_2-l_1)=4(l_1+\Delta l)$

よって　$\Delta l=\frac{l_2-3l_1}{2}$

(3)　ピストンが B にあれば，位置 A，B は定常波の節，中間の位置 P は，定常波の腹となる。よって A では，空気分子は**振動しない**(動かない)。

P では，空気分子は最も**激しく振動している。**

(4)　A では，図 b のように疎 → 密 → 疎と密度は激しく変化する。

節では，左右から空気分子が集まったり，離れたりしているから，疎密の変化が激しい。しかし，節の部分では空気分子は振動していない。

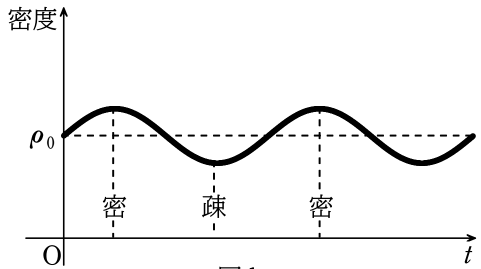


図 b

腹の P では，空気分子は激しく振動しているが，空気分子の間隔は変化せず，図 c のように密度は一定である。

図 c

(5)　ピストンが B にあるとき，3 倍振動の定常波が生じている。振動数を上昇させると，5 倍振動での共鳴となるから

$$f_1=5\times\frac{f_0}{3}=\frac{5}{3}f_0 \qquad \text{よって}\ \ \mathbf{\frac{5}{3}\ 倍}$$

(6)　空気中を伝わる音の速さ v〔m/s〕は，気温を t〔℃〕として $v=331.5+0.6t$ として求められる。よって，

15 ℃ の音の速さ　$v_{15}=331.5+0.6\times15=340.5$ m/s

30 ℃ の音の速さ　$v_{30}=331.5+0.6\times30=349.5$ m/s

「$v=f\lambda$」より，振動数が同じならば，波長は音の速さに比例するから，v が大きくなれば λ も大きくなる。よって，ピストンを右に動かせばよい。波長の変化の割合は，音の速さの変化の割合と同じだから

$$\frac{349.5-340.5}{340.5}\times100=\frac{9\times100}{340.5}\fallingdotseq\mathbf{2.6\ \%}$$

5

指針　弦 PQ の長さを L $(=3l)$ として，固有振動の波長 λ_m，振動数 f_m の公式を使う。基本振動は $m=1$ の場合である。$\lambda_m=\dfrac{2L}{m}$，$f_m=\dfrac{v}{\lambda_m}=\dfrac{mv}{2L}$　$(m=1,\ 2,\ 3,\cdots)$

と表される。

解説　(1)　基本振動の波長

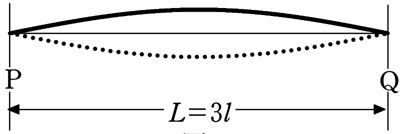


図 a

$$\lambda_1=2L=2\times3l=\mathbf{6l}$$ [1]←

(2)　基本振動の振動数 f_1 は

$v=f_1\lambda_1$ より　$f_1=\dfrac{v}{\lambda_1}=\dfrac{v}{6l}$

よって，周期 T_1 は

$$T_1=\frac{1}{f_1}=\mathbf{\frac{6l}{v}}$$

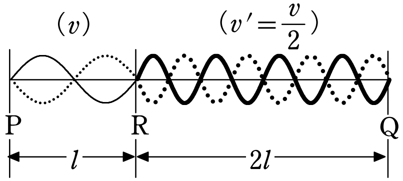


図 b

(3)　弦 PR，弦 RQ は，電磁おんさの振動数 f と同じ振動数で振動している。弦 PR の定常波の波長 λ は　$\lambda=l$ [2]←

よって　$f=\dfrac{v}{\lambda}=\mathbf{\dfrac{v}{l}}$　……①

(4)　弦 RQ の定常波の波長を λ' とすると，$v'=f\lambda'$，$v'=\dfrac{v}{2}$ より

$$\lambda'=\frac{v'}{f}=\frac{v}{2f} \quad ……②$$

①，② 式より　$\lambda'=\dfrac{l}{2}$

腹 1 つ分の弦の長さは $\dfrac{\lambda'}{2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{l}{2}=\dfrac{l}{4}$ であるから，弦 RQ に生じる定常波の腹の数は　$2l\div\left(\dfrac{l}{4}\right)=$ **8 個** [2]←

(5)　弦が初めて共振したとき，弦 PR，弦 RQ に生じている定常波の腹の数および波長を，それぞれ n_1，n_2 および λ_1，λ_2 とすると

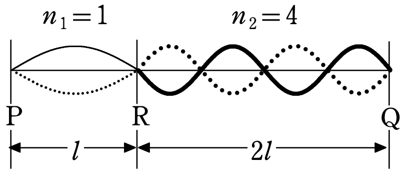


図 c

$$\lambda_1=2\times\frac{l}{n_1},\quad \lambda_2=2\times\frac{2l}{n_2},$$

$$v=f_0\lambda_1,\quad \frac{v}{2}=f_0\lambda_2$$

より　$n_2=4n_1$

n_1，n_2 は正の整数で，振動数 f_0（最も小さい共振振動数）は，$n_1=1$，$n_2=4$ のときで

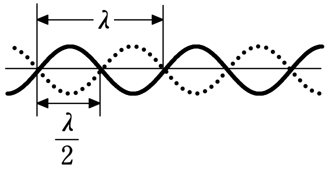
あるから(図c)　$\lambda_1=2\times\dfrac{l}{n_1}=2\times\dfrac{l}{1}=2l$

よって　$f_0=\dfrac{v}{\lambda_1}=\dfrac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{2l}}$ 〔3〕←

また，PQ 間の腹の数は　$n_1+n_2=1+4=$ **5 個**

←〔1〕 波長 $\lambda=2\times$(節～節)

腹の数 2 つ分の弦の長さに等しい。



←〔2〕 弦 PR の振動は 2 倍振動，弦 RQ の振動は 8 倍振動である。

←〔3〕 この場合の共振振動数 $f_0\left(=\dfrac{v}{2l}\right)$ は，(3)，(4) の場合の共振振動数 $f\left(=\dfrac{v}{l}\right)$ の $\dfrac{1}{2}$ 倍であり，PQ 間に生じる定常波の腹の数も $\dfrac{1}{2}$ 倍に減少している。

弦 PR の振動は基本振動，弦 RQ の振動は 4 倍振動である。

6

長方形の板などのように対称性のある物体では，重心はその中心にある。一部を切り取った板の場合は 2 つの長方形に分割してそれぞれの重心を求め，質量の逆比で内分(または重心の公式を利用)する。

(1)　図 1 のように板の中心が求める重心 Z_1 であるから

$$x_1=\frac{3}{2}=1.5$$

$$y_1=\frac{2}{2}=1$$

よって　$(x_1,\ y_1)=$(**1.5m，1m**)

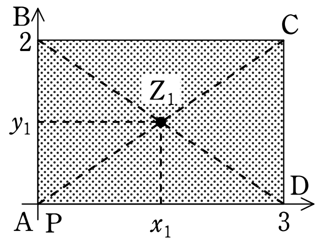


図 1

(2)　図 2 のように板を ABEH と HFGD の 2 枚に分割して考える。それぞれの重心は図 2 に示すようにそれぞれの中心 P(0.5，1)，Q(2，0.5) にある。両者の面積が等しいので質量も等しいから，求める重心 Z_2 は P と Q の中点にある。

$$x_2=\frac{0.5+2}{2}=1.25,\quad y_2=\frac{1+0.5}{2}=0.75$$

よって　$(x_2,\ y_2)=$(**1.25m，0.75m**)

別解　重心の公式　$x_G=\dfrac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$　より，分割したそれぞれの板の質量をともに m〔kg〕とし

$$x_2=\frac{m\times0.5+m\times2}{m+m}=1.25$$

$$y_2=\frac{m\times1+m\times0.5}{m+m}=0.75$$

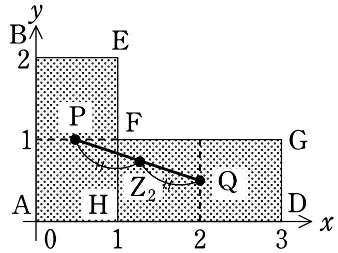


図 2

(3)　(2) と同様に板を ABEH と HFGD に分割して考える。このときもそれぞれの重心は (2) と同じく P と Q であるが，ABEH の方は板が 2 枚重ねになっているので質量が 2 倍である。したがって求める重心 Z_3 は PQ 間を質量の逆比 (1：2) に内分した点にある。図 3 より

$$x_3=0.5+(2-0.5)\times\frac{1}{3}=1$$

$$y_3=1-(1-0.5)\times\frac{1}{3}=0.83$$

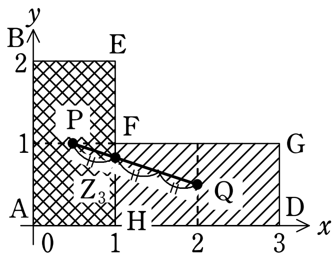


図 3

よって　$(x_3,\ y_3)=$(1m，0.83m)

別解　(2)と同様に重心の公式を用いると，ABEHの質量を$2m$，HFGDの質量をmとして

$$x_3=\frac{2m\times0.5+m\times2}{2m+m}=1$$

$$y_3=\frac{2m\times1+m\times0.5}{2m+m}=0.83$$

7

(1)　h_2とh_1の差が半波長に当たるから　$\lambda=2(\boldsymbol{h}_2-\boldsymbol{h}_1)$

(2)　$v=f\lambda=2f(\boldsymbol{h}_2-\boldsymbol{h}_1)$

(3)　開口端補正をΔxとすると　$\Delta x=\dfrac{\lambda}{4}-h_1=\dfrac{h_2-h_1}{2}-h_1=\dfrac{1}{2}(\boldsymbol{h}_2-3\boldsymbol{h}_1)$

(4)　閉管のとき，基本振動数の奇数倍で共鳴するから，$2f$のとき共鳴しないので(d)。$3f$のときP，Qいずれでも共鳴するから(c)。

(5)　hの値が$\dfrac{1}{4}$波長であればよいから，波長をλ'として　$\lambda'=4h$

求める振動数をf'とすると　$f'=\dfrac{v}{\lambda'}=\dfrac{2f(h_2-h_1)}{4h}=\dfrac{2fh}{4h}=\dfrac{\boldsymbol{f}}{\boldsymbol{2}}$

(6)　hが$\dfrac{1}{4}$波長の奇数倍で共鳴する。求める波長λ''は

$$h=\frac{\lambda''}{4}(2n-1)\qquad \text{ゆえに}\quad \lambda''=\frac{\boldsymbol{4h}}{\boldsymbol{2n-1}}$$

(7)　(5)で求めたf'の奇数倍であればよいから，求める振動数f''は

$$f''=f'(2n-1)=\frac{\boldsymbol{f}}{\boldsymbol{2}}(\boldsymbol{2n-1})$$

8

(1)　(ア)　求める波長をλとすると　$\lambda=VT$

(イ)　周期の逆数であるから$\dfrac{1}{T}$

(ウ)　干渉

(エ)　S_1，S_2からの距離の差が半波長の奇数倍のとき音は聞こえない。求める位置をx軸のP点とし，S_1S_2の中点SとPを結ぶ方向とSOの方向とのなす角をθとする。θは微小角であるから

$$d\sin\theta\fallingdotseq d\tan\theta=d\frac{x}{L}=\frac{\lambda}{2}(2m+1)=\frac{VT}{2}(2m+1)$$

ゆえに　$x=\dfrac{LVT}{d}\left(m+\dfrac{1}{2}\right)$

(オ)　$\Delta T=T$のとき，D_2を出る信号はD_1を出る信号よりも1波長$(=VT)$だけずれる。よって，$\Delta T=T_2-T_1\fallingdotseq0$のときの波長のずれを$\Delta\lambda$とすると

$T:VT=T_2-T_1:\Delta\lambda$

ゆえに　$\Delta\lambda=V(T_2-T_1)$

このとき，音が聞こえなくなる位置をx'とすると，(エ)より

$$\frac{dx'}{L}+\Delta\lambda=\frac{VT}{2}(2m+1)=\frac{dx}{L}$$

ゆえに　$x'=\dfrac{L}{d}\left(\dfrac{dx}{L}-\Delta\lambda\right)=x-\dfrac{LV}{d}(T_2-T_1)$

よって，x軸の負の向きに$\dfrac{LV}{d}(T_2-T_1)$だけずれる。

(カ)　$\Delta T=mT\,(m=0,1,2,\cdots\cdots)$のとき，$S_1$，$S_2$からの音波の位相が揃って点Oで音は強く聞こえる。その時刻tは　$mT=\beta t$　　ゆえに　$t=\dfrac{mT}{\beta}$

よって，求める周期をΔtとすると　$\Delta t=\dfrac{T}{\beta}$

(2)　(キ)　うなり

(ク)　(エ)より　$\dfrac{dx_A}{L}=\dfrac{\lambda_A}{2}$，$\dfrac{dx_B}{L}=\dfrac{\lambda_B}{2}$

$x_B>x_A$より　$\lambda_B>\lambda_A$

波長と振動数は反比例するから，求めるおんさは，A

(ケ)　A，Bの振動数をそれぞれf_A，f_Bとすると

$$f_A=\frac{V}{\lambda_A}=\frac{VL}{2dx_A},\quad f_B=\frac{V}{\lambda_B}=\frac{VL}{2dx_B}$$

求める 振動数をNとすると

$$N = f_A - f_B = \frac{VL}{2d}\left(\frac{1}{x_A} - \frac{1}{x_B}\right)$$