【定期試験対策講習】

２学期
期末考査
対策教材②

中１南女Ｓアド数学

【注意事項】

本教材は

数学 1「比例と反比例」
数学 2「平行線と角・三角形の合同条件」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

STUDY-COLLABO

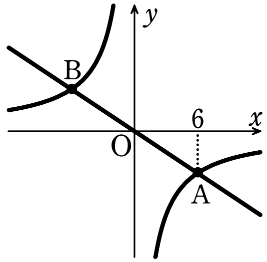
【問題】

1

右の図のように，比例 $y=-\dfrac{2}{3}x$ のグラフと反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが，2 点 A，B で交わっており，点 A の x 座標が 6 である。

(1) a の値を求めなさい。

(2) 点 B の座標を求めなさい。

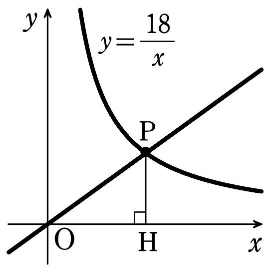


2

反比例 $y=\dfrac{18}{x}$ のグラフと比例 $y=ax$ $(a>0)$ のグラフがあり，x 座標が正である交点を P とし，点 P から x 軸に引いた垂線を PH とする。

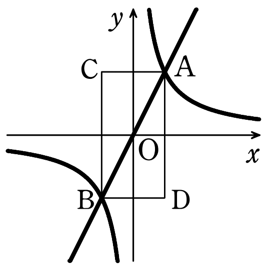
(1) △OHP の面積を求めなさい。ただし，座標の 1 目もりは 1 cm とする。

(2) 点 P の x 座標が 5 のとき，a の値を求めなさい。



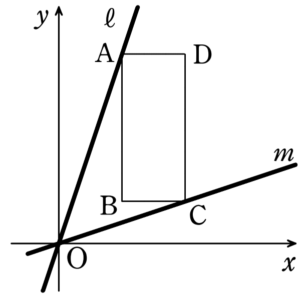
3

右の図のように，比例 $y=2x$ のグラフと反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフが 2 点で交わっている。x 座標が正である交点をA，x 座標が負である交点を B とする。また，y 軸に関して点 A と対称な点を C，点 B と対称な点を D とする。長方形 ACBD の周の長さが 48 であるとき，a の値を求めなさい。



4

右の図で，直線 ℓ ，m はそれぞれ比例 $y=3x$，$y=\dfrac{1}{3}x$ のグラフである。直線 ℓ 上の点 A を右に 2 だけ移動した点を D とする。また，点 D を通り，y 軸に平行な直線が直線 m と交わる点を C とし，AD，DC を 2 辺とする長方形 ABCD を図のように作る。点 A の y 座標が 6 であるとき，点 C の座標を求めなさい。



5

次の問いに答えなさい。

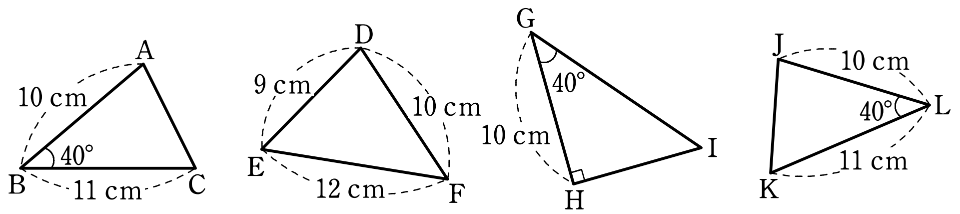
(1) 内角の和が外角の和の 5 倍である多角形は何角形か答えなさい。

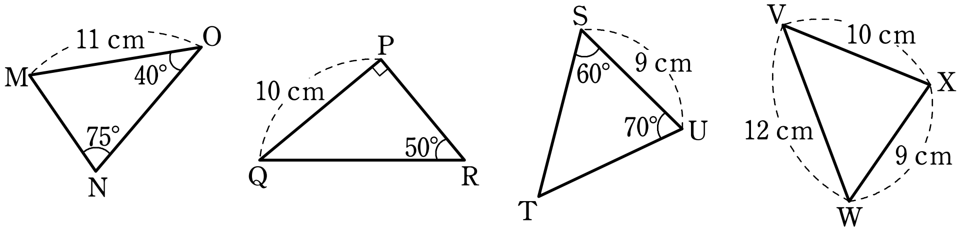
(2) 内角の和が 3240° である正多角形の 1 つの内角の大きさを求めなさい。

(3) 1 つの外角の大きさが 20° である正多角形の内角の和を求めなさい。

6

次の図において，合同な三角形を見つけ出し，記号 ≡ を用いて表しなさい。また，そのときに使った合同条件をいいなさい。

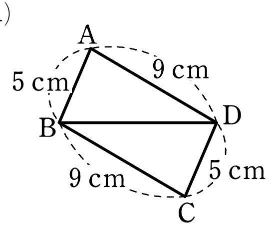




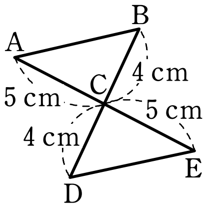
7

次の図において，合同な２つの三角形を記号 ≡ を用いて表しなさい。
また，そのときに使った合同条件をいいなさい。ただし，(3) では，ℓ ∥ m である。

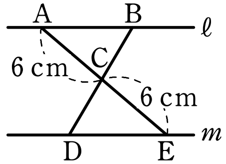
(1)



(2)



(3)



8

次の事柄の逆をいいなさい。また，逆が正しいかどうか調べなさい。

(1)　△ABC が正三角形ならば ∠A＝∠B＝∠C である。

(2)　△ABC と △DEF において，△ABC≡△DEF ならば AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D である。

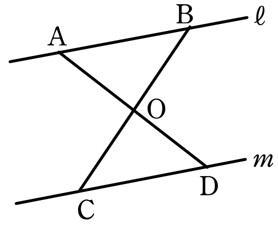
(3)　自然数 a，b で，a も b も奇数ならば $a+b$ は偶数である。

9

右の図のように，２直線 ℓ ，m があり，ℓ 上に２点 A，B が，m 上に２点 C，D がある。AD と BC の交点を O とおく。
このとき，AB＝CD，ℓ ∥ m ならば AO＝DO である。

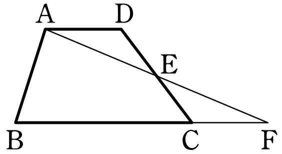
(1)　仮定と結論をそれぞれいいなさい。

(2)　AO＝DO であることを証明しなさい。



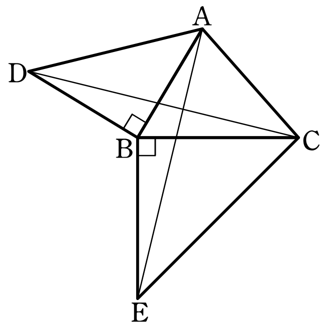
10

右の図の四角形 ABCD において，辺 CD の中点を E とし，直線 AE と辺 BC の延長との交点を F とする。
このとき，AE＝FE ならば，四角形 ABCD は AD∥BC の台形であることを証明しなさい。



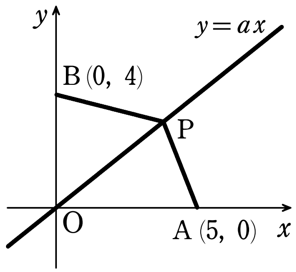
11

右の図のように，△ABC の辺 AB，BC をそれぞれ１辺とする直角二等辺三角形 ABD，BCE を，△ABC の外側につくる。
このとき，AE＝DC であることを証明しなさい。



$\boxed{12}$

比例 $y=ax$ $(a>0)$ ……① のグラフと 2 点 A$(5,\ 0)$，B$(0,\ 4)$ がある。
① のグラフ上の点を P とするとき，△POA と △POB の面積が等しくなるような a の値を求めなさい。
ただし，点 P は x 座標，y 座標がともに正であるとする。



$\boxed{13}$

$y-1$ は $x+1$ に比例し，z は $y-2$ に反比例する。また，$x=1$ のとき $y=5$ であり，$y=-1$ のとき $z=-3$ である。$x=-3$ のときの z の値を求めなさい。

$\boxed{14}$

y は $x-5$ に反比例し，比例定数は 6 である。また，y は $3z$ に比例し，比例定数は 1 である。このとき，z を x で表しなさい。

【解答＆解説】

1

解答 (1) $a=-24$ (2) $(-6,\ 4)$

2

解答 (1) $9\ \mathrm{cm}^2$ (2) $a=\dfrac{18}{25}$

3

解答 $a=32$

4

解答 $\left(4,\ \dfrac{4}{3}\right)$

5

解答 (1) 十二角形 (2) 162° (3) 2880°

6

解答 △ABC≡△JLK，合同条件：2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
△DEF≡△XWV，合同条件：3 組の辺がそれぞれ等しい
△GHI≡△QPR，合同条件：1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

7

解答 (1) △ABD≡△CDB，合同条件：3 組の辺がそれぞれ等しい
(2) △ABC≡△EDC，合同条件：2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しい
(3) △ABC≡△EDC，合同条件：1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい

8

解答 (1) 逆は △ABC において，∠A＝∠B＝∠C ならば △ABC は正三角形である
逆は正しい
(2) 逆は △ABC と △DEF において，AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D ならば △ABC≡△DEF である
逆は正しくない
(3) 逆は 自然数 a，b で，$a+b$ が偶数ならば a も b も奇数である
逆は正しくない

9

解答 (1) 仮定 AB＝CD，$\ell \parallel m$ 結論 AO＝DO (2) 略

10

解答 略

11

解答 略

12

解答 $a=\dfrac{4}{5}$

13

解答 $z=-\dfrac{9}{5}$

14

解答 $z=\dfrac{2}{x-5}$

1

解説

(1) 点 A の y 座標は，$y=-\dfrac{2}{3}x$ に $x=6$ を代入すると $y=-\dfrac{2}{3}\times 6=-4$

よって，点 A の座標は $(6,\ -4)$

点 A は，反比例 $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから，

$y=\dfrac{a}{x}$ に $x=6$，$y=-4$ を代入すると $-4=\dfrac{a}{6}$

したがって $a=-24$

(2) 点 B は，原点に関して点 A $(6,\ -4)$ と対称であるから，その座標は $(-6,\ 4)$

2

解説

(1) 点 P の x 座標を t とする。

点Pは反比例 $y=\frac{18}{x}$ のグラフ上にあるから，その y 座標は $\frac{18}{t}$ と表され

$$\mathrm{OH}=t,\ \mathrm{PH}=\frac{18}{t}$$

このとき，△OHPの面積は　$\frac{1}{2}\times\mathrm{OH}\times\mathrm{PH}=\frac{1}{2}\times t\times\frac{18}{t}=9$　　答　$9\ \mathrm{cm}^2$

(2)　$y=\frac{18}{x}$ に $x=5$ を代入すると　$y=\frac{18}{5}$

よって，点Pの座標は　$\left(5,\ \frac{18}{5}\right)$

点Pは，比例 $y=ax$ のグラフ上の点でもあるから，

$y=ax$ に $x=5$，$y=\frac{18}{5}$ を代入すると　$\frac{18}{5}=a\times5$

よって　$a=\frac{18}{25}$　　これは問題に適している。

3

解説

点Aの x 座標を t とする。

点Aは，比例 $y=2x$ のグラフ上にあるから，$y=2x$ に

$x=t$ を代入して　$y=2t$

したがって，Aの座標は $(t,\ 2t)$ と表される。

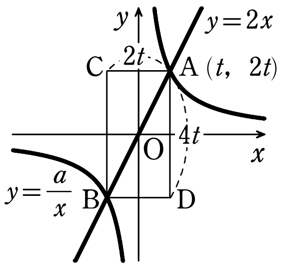
よって　$\mathrm{AC}=t\times2=2t$，$\mathrm{AD}=2t\times2=4t$

長方形ACBDの周の長さが48であるから

$$(2t+4t)\times2=48$$

これを解くと　$t=4$

よって，点Aの座標は　$(4,\ 8)$



点Aは反比例 $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上の点でもあるから，$y=\frac{a}{x}$ すなわち $xy=a$ に

$x=4$，$y=8$ を代入して　$a=4\times8=32$　　答　$a=32$

4

解説

点Aは，比例 $y=3x$ のグラフ上の点であるから，$y=3x$ に $y=6$ を代入すると

$6=3x$　　よって　$x=2$

したがって，点Aの座標は　$(2,\ 6)$

点Dは点Aを右に2だけ移動した点であるから，その座標は

$(2+2,\ 6)$　すなわち　$(4,\ 6)$

よって，点Cの x 座標は4である。

点Cは，比例 $y=\frac{1}{3}x$ のグラフ上の点であるから，$y=\frac{1}{3}x$ に $x=4$ を代入すると

$$y=\frac{1}{3}\times4=\frac{4}{3}$$

したがって，点Cの座標は　$\left(4,\ \frac{4}{3}\right)$

5

解説

(1)　多角形の外角の和は360°であるから，この多角形の内角の和は

$360^\circ\times5=1800^\circ$

n 角形の内角の和が1800°になるとすると

$180^\circ\times(n-2)=1800^\circ$

$n-2=10$

$n=12$

よって　十二角形

(2)　正 n 角形の内角の和が3240°になるとすると

$180^\circ\times(n-2)=3240^\circ$

$n-2=18$

$n=20$

よって，正二十角形の1つの内角の大きさは

$3240^\circ\div20=162^\circ$

別解　内角の和と外角の和の合計は

$3240^\circ+360^\circ=3600^\circ$

1つの角について，内角と外角の和は180°であるから

$3600^\circ\div180^\circ=20$

より，この正多角形は，正二十角形である。

よって，1つの内角の大きさは

$3240° \div 20 = 162°$

(3)　正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく，その和は 360° であるから

$n = 360° \div 20° = 18$

よって，正十八角形の内角の和は

$180° \times (18-2) = 2880°$

6

解説

△ABC と △JLK において

AB＝JL

BC＝LK

∠B＝∠L

よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△JLK

△DEF と △XWV において

DE＝XW

EF＝WV

FD＝VX

よって，3 組の辺がそれぞれ等しいから

△DEF≡△XWV

△GHI と △QPR において

GH＝QP

∠H＝∠P

∠G＝∠Q

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△GHI≡△QPR

7

解説

(1)　△ABD と △CDB において

AB＝CD

AD＝CB

BD＝DB (共通)

よって，3 組の辺がそれぞれ等しいから　　△ABD≡△CDB

(2)　△ABC と △EDC において

AC＝EC

BC＝DC

対頂角は等しいから　　∠ACB＝∠ECD

よって，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△EDC

(3)　△ABC と △EDC において　　AC＝EC

対頂角は等しいから　　∠ACB＝∠ECD

また，平行線の錯角は等しいから　　∠CAB＝∠CED

よって，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△ABC≡△EDC

8

解説

(1)　逆は

△ABC において，

∠A＝∠B＝∠C　ならば　△ABC は正三角形である。

∠A＝∠B であるから

CA＝CB　…… ①

∠B＝∠C であるから

AB＝AC　…… ②

①，② から　AB＝BC＝CA

よって，3 辺が等しいから，△ABC は正三角形である。

したがって，逆は正しい。

(2)　逆は

△ABC と △DEF において，

AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D　ならば　△ABC≡△DEF である。

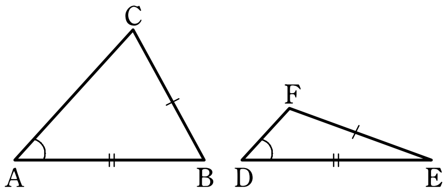
右の図の △ABC と △DEF は，

AB＝DE，BC＝EF，∠A＝∠D

であるが，これら以外の辺や角は

等しくない。

よって，逆は正しくない。



(3)　逆は

自然数 a，b で，$a+b$ が偶数　ならば　a も b も奇数である。

$a=2$，$b=4$ とすると，$a+b$ は偶数であるが，a，b は奇数でない。

よって，逆は正しくない。

$\boxed{9}$

(解説)

(1)　仮定　AB＝CD，$\ell \parallel m$

結論　AO＝DO

(2)　△OAB と △ODC において

仮定から　　AB＝DC　　　　……①

平行線の錯角は等しいから

∠OAB＝∠ODC　……②

∠OBA＝∠OCD　……③

①，②，③ より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから

△OAB≡△ODC

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　　AO＝DO

$\boxed{10}$

(解説)

[仮定]　DE＝CE，AE＝FE

[結論]　四角形 ABCD は AD∥BC の台形

[証明]　△AED と △FEC において

仮定から　　DE＝CE　　…… ①

AE＝FE　　…… ②

対頂角は等しいから

∠AED＝∠FEC　…… ③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△AED≡△FEC

合同な図形では対応する角の大きさは等しいから

∠EDA＝∠ECF

したがって，AD，BC は錯角が等しいから

AD∥BC

よって，四角形 ABCD は AD∥BC の台形である。

$\boxed{11}$

(解説)

[仮定]　△ABD は AB＝DB の直角二等辺三角形，

△BCE は BC＝BE の直角二等辺三角形

[結論]　AE＝DC

[証明]　△ABE と △DBC において

仮定から　　AB＝DB　　……①

BE＝BC　　……②

∠CBE＝∠ABD＝90°

∠CBE＝∠ABD の両辺に ∠ABC を加えると

∠CBE＋∠ABC＝∠ABD＋∠ABC

すなわち　　∠ABE＝∠DBC　　……③

①，②，③ より，2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ABE≡△DBC

合同な図形では対応する辺の長さは等しいから　　AE＝DC

$\boxed{12}$

(解説)

点 P の x 座標を t とおく。

点 P は，比例 $y=ax$ のグラフ上にあるから，$y=ax$ に $x=t$ を代入すると

$y=at$

したがって，P の座標は $(t,\ at)$ と表される。

△POA の面積は　$\frac{1}{2}\times5\times at=\frac{5}{2}at$

△POBの面積は　$\frac{1}{2}\times 4\times t=2t$

△POA と △POB の面積が等しいから　$\frac{5}{2}at=2t$

$t\fallingdotseq 0$ であるから，両辺を t でわると　$\frac{5}{2}a=2$

よって　$a=\frac{4}{5}$　　これは問題に適している。

参考　実は，$y=\frac{4}{5}x$ $(x>0)$ のグラフ上のどこに点 P をとっても，△POA と △POB の面積は常に等しい。

$\boxed{13}$

解説

$y-1$ は $x+1$ に比例するから，$y-1=a(x+1)$ (a は定数，$a\fallingdotseq 0$) と表される。

$x=1$ のとき $y=5$ であるから　$5-1=a(1+1)$

これを解くと　$a=2$

したがって　$y-1=2(x+1)$

整理すると　$y=2x+3$　…… ①

z は $y-2$ に反比例するから，$z=\frac{b}{y-2}$ (b は定数，$b\fallingdotseq 0$) と表される。

$y=-1$ のとき $z=-3$ であるから　$-3=\frac{b}{-1-2}$

よって　$b=(-3)\times(-1-2)=9$

したがって　$z=\frac{9}{y-2}$　…… ②

① に $x=-3$ を代入すると　$y=2\times(-3)+3=-3$

② に $y=-3$ を代入すると　$z=\frac{9}{-3-2}=-\frac{9}{5}$　答

参考　① を ② に代入すると　$z=\frac{9}{(2x+3)-2}$

すなわち　$z=\frac{9}{2x+1}$

よって，$x=-3$ のとき　$z=\frac{9}{-6+1}=-\frac{9}{5}$

$\boxed{14}$

解説

y は $x-5$ に反比例し，比例定数が 6 であるから　$y=\frac{6}{x-5}$　…… ①

y は $3z$ に比例し，比例定数が 1 であるから　$y=1\times 3z$

よって　$z=\frac{1}{3}y$　…… ②

① を ② に代入すると　$z=\frac{1}{3}\times\frac{6}{x-5}$　すなわち　$z=\frac{2}{x-5}$