

1
 解答 (アイ) -1 (ウ) 1 (エ) 1 (オ) 1 (カ) 1 (キ) 2 (ク) 4
 (ケ) 3 (コ) 2 (サ) 3 (シ) 1 (ス) 2 (セ) 4 (ソ) 1
 (タ) 7

解説
 (1) $P(x)$ が $x+1$ で割り切れるとき、因数定理により $P(-1)=0$

$$P(-1) = (-1)^4 + (-1)^2 \cdot k + (-1) \cdot l + m = m + k - l + 1$$

$$P(-1) = 0 \text{ であるから } m + k - l + 1 = 0$$

$$\text{よって } m = -k + l - 1$$

$$\text{したがって } P(x) = x^4 + kx^2 + lx - k + l - 1$$

$$\begin{aligned} x^4 + kx^2 + lx - k + l - 1 &= (x^4 - 1) + k(x^2 - 1) + l(x + 1) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x^2 + 1) + k(x + 1)(x - 1) + l(x + 1) \\ &= (x + 1)\{(x - 1)(x^2 + 1) + k(x - 1) + l\} \\ &= (x + 1)\{x^3 - x^2 + x - 1 + kx - k + l\} \\ &= (x + 1)\{x^3 - x^2 + (k + 1)x - k + l - 1\} \end{aligned}$$

$$\text{よって } Q(x) = x^3 - x^2 + (k + 1)x - k + l - 1$$

(2) $Q(x)$ は $x+1$ で割り切れるため $Q(-1) = 0$

$$\begin{aligned} \text{また } Q(-1) &= (-1)^3 - (-1)^2 + (-1) \cdot (k + 1) - k + l - 1 \\ &= -2k + l - 4 \end{aligned}$$

$$\text{よって } -2k + l - 4 = 0$$

$$\text{ゆえに } l = 2k + 4$$

$$\begin{aligned} \text{① に代入して } m &= -k + l - 1 \\ &= -k + (2k + 4) - 1 \\ &= k + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{したがって } Q(x) &= x^3 - x^2 + (k + 1)x - k + (2k + 4) - 1 \\ &= x^3 - x^2 + (k + 1)x + k + 3 \\ &= (x + 1)\{x^2 - 2x + (k + 3)\} \end{aligned}$$

$$\text{よって } R(x) = x^2 - 2x + k + 3$$

(3) (2) から $P(x) = (x + 1)^2(x^2 - 2x + k + 3)$

$(x + 1)^2$ は常に 0 以上であるから

$$P(x) \text{ が常に } 0 \text{ 以上} \Leftrightarrow R(x) \text{ が常に } 0 \text{ 以上}$$

$$\Leftrightarrow R(x) = 0 \text{ の判別式 } D \text{ が } 0 \text{ 以下 (シ ①)}$$

$$\text{ここで } D = (-1)^2 - 1 \cdot (k + 3) = -k - 2$$

$$D \text{ の値が } 0 \text{ 以下のとき } -k - 2 \leq 0$$

$$k + 2 \geq 0$$

よって、 $k + 2$ の値が 0 以上であることと同値である。(セ ④)

(4) 4 次方程式 $P(x) = 0$ の虚数解 $t + 3i$, $t - 3i$ は、2 次方程式 $R(x) = 0$ の解である。

$$2 \text{ 次方程式の解と係数の関係により } (t + 3i) + (t - 3i) = 2 \dots\dots \text{②}$$

$$(t + 3i)(t - 3i) = k + 3 \dots\dots \text{③}$$

$$\text{② から } 2t = 2 \quad \text{すなわち } t = 1$$

$$\text{③ から } 10 = k + 3 \quad \text{すなわち } k = 7$$

2
 解答 (ア) 2 (イウ) 30 (エオ) 17 (カキ) 16 (クケ) 17 (コ) 2 (サ) 8 (シ) 3 (ス) 2
 (セ) 6

解説
 $s \geq 1, t \geq 1, s^3 t^5 \leq 2^{10}, s^4 t \leq 2^8 \dots\dots \text{①}$ について、2 を底とする両辺の対数をとると

$$s \geq 1 \text{ より } x \geq 0 \dots\dots \text{②}$$

$$t \geq 1 \text{ より } y \geq 0 \dots\dots \text{③}$$

$$s^3 t^5 \leq 2^{10} \text{ より } \log_2(s^3 t^5) \leq \log_2 2^{10}$$

$$3 \log_2 s + 5 \log_2 t \leq 10 \log_2 2$$

$$3x + 5y \leq 10 \dots\dots \text{④}$$

$$s^4 t \leq 2^8 \text{ より } \log_2(s^4 t) \leq \log_2 2^8$$

$$4 \log_2 s + \log_2 t \leq 8 \log_2 2$$

$$4x + y \leq 8 \dots\dots \text{⑤}$$

よって、②、③、④、⑤ を満たす x, y が存在する領域は、右の図の斜線部分である。

ただし、境界線を含む。

したがって、 s, t が① を満たすための必要条件は、座標平面上で点 (x, y) が

$$(0, 0), (2, 0), \left(\frac{30}{17}, \frac{16}{17}\right), (0, 2)$$

を頂点とする四角形の周および内部からなる領域にあることである。

$$\begin{aligned} \text{ここで } z &= \log_8(s^8 t^6) \\ &= 8 \log_8 s + 6 \log_8 t \\ &= 8 \cdot \frac{\log_2 s}{\log_2 8} + 6 \cdot \frac{\log_2 t}{\log_2 8} \\ &= \frac{8}{3}x + 2y \end{aligned}$$

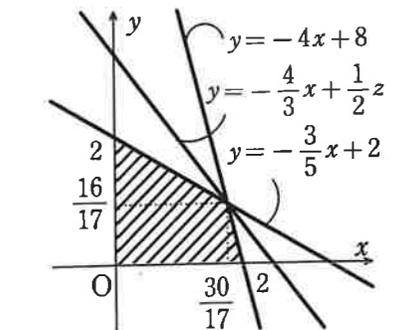
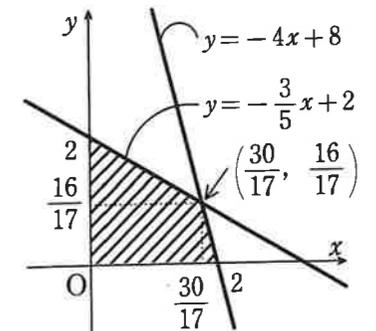
$$z = \frac{8}{3}x + 2y \text{ を変形して } y = -\frac{4}{3}x + \frac{1}{2}z \dots\dots \text{⑥}$$

右の図から、直線⑥が不等式②、③、④、⑤が表す領域と共有点をもつとき、 z の値が最大となるのは、直線⑥が点 $(\frac{30}{17}, \frac{16}{17})$ を通るときである。

$$\text{よって、} z \text{ の最大値は } z = \frac{8}{3} \cdot \frac{30}{17} + 2 \cdot \frac{16}{17} = \frac{112}{17}$$

また、 z が最小となるのは、直線⑥が原点を通るときであるから $z = 0$

したがって、 $0 \leq z \leq \frac{112}{17}$ より、求める最大の整数 n は 6



16

3

解答 (ア) 2 (イ) 2 (ウ) 0 (エ) 1 (オ) 1 (カ) 3
(キ) 2 (ク) a (ケ) 0 (コ) 2

解説 ②

(1) $F(x)$ の導関数は $f(x)$ である。

よって、 $a=1$ のとき、 $F(x)$ の増減は右の表のようになる。

x	...	1	...	2	...
$F(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

よって、 $F(x)$ は $x=2$ で極小となる。

(2) $F(x)$ がつねに増加するための必要十分条件は、 $F'(x) \geq 0$ が成り立つことである。

$F'(x) = (x-a)(x-2)$ であるから、すべての x に対して $(x-a)(x-2) \geq 0$ を満たす a の値を考える。

(i) $a=2$ のとき

$(x-a)(x-2) = (x-2)^2$ であるから、 $(x-a)(x-2) \geq 0$ はすべての x に対して成り立つ。

(ii) $a \neq 2$ のとき

$2 \leq x \leq a$ または $a \leq x \leq 2$ の範囲で $(x-a)(x-2) \geq 0$ は成り立たない。

(i), (ii) より、求める a の値は $a=2$

また、 $x=0$ のとき $F(x) = \int_0^0 f(t) dt = 0$

$a=2$ のとき、 $F(x)$ は常に増加し、 $F(0)=0$ であるから $F(2)$ は正である。 (イ ①)

(3) 関数 $G(x)$ について

$$\begin{aligned} G(x) &= \int_b^x f(t) dt \\ &= \int_b^0 f(t) dt + \int_0^x f(t) dt \\ &= \int_0^x f(t) dt - \int_0^b f(t) dt \\ &= F(x) - F(b) \end{aligned}$$

よって、関数 $y=G(x)$ のグラフは $y=F(x)$ のグラフを y 軸方向に $-F(b)$ だけ平行移動したものと一致する。 (オ ①), (カ ③)

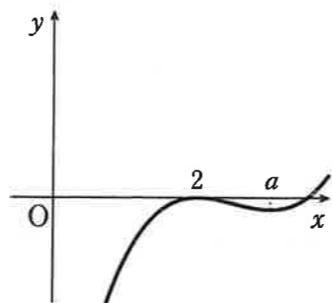
関数 $y=G(x)$ のグラフは、 $y=F(x)$ のグラフを y 軸方向にのみ平行移動させたものであるから、関数 $F(x)$ において極値をとる x の値と関数 $G(x)$ において極値をとる x の値は一致する。

$a > 2$ と合わせて考えると、関数 $G(x)$ は $x=2$ で極大値をとり、 $x=a$ で極小値をとる。

また $G(b) = F(b) - F(b) = 0$

$b=2$ のとき、関数 $G(x)$ の概形は右の図のようになる。

したがって、グラフから曲線 $y=G(x)$ と x 軸との共有点の個数は 2 個



17

4

解答 (ア) 1 (イウ) -c (エ) c (オ) - (カ) 3 (キ) 3 (ク) 6
(ケ) 2

解説 ②

$$g(x) = \begin{cases} x(x+1) & (x \geq 0) \\ -x(x+1) & (x < 0) \end{cases}$$

よって、 $x=-1$ のとき $g(x) = -x(x+1)$

$g'(x) = -2x-1$ であるから

$$g'(-1) = -2 \cdot (-1) - 1 = 1$$

ゆえに、 $0 < c < 1$ のとき、曲線 $y=g(x)$ と直線 l は 3 点で交わる。

ここで、直線 l の方程式は $y=c(x+1)$ であるから、曲線 $y=g(x)$ と直線 l の共有点の x 座標は方程式

$$|x|(x+1) = c(x+1)$$

の解である。

$x \neq -1$ のとき、両辺を $(x+1)$ で割ると $|x| = c$

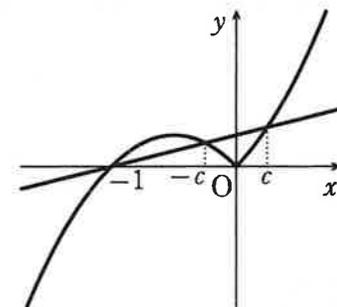
よって、点 Q の x 座標は $-c$

また、点 R の x 座標は c

$$\begin{aligned} \text{面積 } S &= \int_{-1}^{-c} \{-x(x+1) - c(x+1)\} dx \\ &= -\int_{-1}^{-c} (x+c)(x+1) dx \\ &= \frac{1}{6}(-c+1)^3 \\ &= \frac{-c^3 + 3c^2 - 3c + 1}{6} \end{aligned}$$

同様に、面積 T は

$$\begin{aligned} T &= \int_{-c}^0 \{c(x+1) + x(x+1)\} dx + \int_0^c \{c(x+1) - x(x+1)\} dx \\ &= \int_{-c}^0 \{x^2 + (c+1)x + c\} dx + \int_0^c \{-x^2 + (c-1)x + c\} dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 + \frac{(c+1)}{2}x^2 + cx \right]_{-c}^0 + \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{(c-1)}{2}x^2 + cx \right]_0^c \\ &= 0 - \left\{ -\frac{1}{3}c^3 + \frac{c^2(c+1)}{2} - c^2 \right\} + \left\{ -\frac{1}{3}c^3 + \frac{c^2(c-1)}{2} + c^2 \right\} - 0 \\ &= \frac{1}{3}c^3 - \frac{c^3}{2} - \frac{c^2}{2} + c^2 - \frac{1}{3}c^3 + \frac{c^3}{2} - \frac{c^2}{2} + c^2 \\ &= c^2 \end{aligned}$$



16

5

解答 (アイ) 95 (ウエ) 20 (オ)(カキ) 0.25 (クケ) 40 (コ) ①
(サ)(シ) 1.9 (ス)(セソ) 1.71 (タ) ② (チツ) 95 (テトナ) 103
(ニ) 8 (ヌ) 6

解説

(1) X は正規分布 $N(95, 20^2)$ に従うから、 $Z = \frac{X-95}{20}$ とおくと、 Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う。

$$P(X \geq 100) = P\left(Z \geq \frac{100-95}{20}\right) = P(Z \geq 0.25) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 0.25)$$

ここで、確率 $P(0 \leq Z \leq z_0)$ を $p(z_0)$ で表すことにすると、 Z は $N(0, 1)$ に従うから
正規分布表により $p(0.25) = 0.0987$

$$\begin{aligned} \text{よって } P(X \geq 100) &= P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq 0.25) = 0.5 - p(0.25) \\ &= 0.5 - 0.0987 = 0.4013 \end{aligned}$$

0.4013 \times 100 = 40.13 より、合格率は約 40% である。

次に、 $P(Z \geq u) = 0.1$ となる u の値を求める。

$$\text{ここで } P(Z \geq u) = P(Z \geq 0) - P(0 \leq Z \leq u) = 0.5 - p(u)$$

$$\text{よって、} 0.5 - p(u) = 0.1 \text{ により } p(u) = 0.4$$

正規分布表により $u \approx 1.28$

$$\text{ゆえに } P(Z \geq 1.28) = 0.4$$

$$\frac{X-95}{20} \geq 1.28 \text{ から } X \geq 120.6$$

したがって、点数が受験者数全体の上位 10% に入る受験者の最低点はおよそ 121 点であるから ①

$$(2) Y \text{ は二項分布 } N\left(19, \frac{10}{100}\right) \text{ に従うから、} Y \text{ の期待値は } 19 \cdot \frac{10}{100} = 1.9$$

$$\text{また、分散は } 19 \cdot \frac{10}{100} \cdot \left(1 - \frac{10}{100}\right) = 1.71$$

更に、 $p_1 = {}_{19}C_1 \left(\frac{10}{100}\right)^1 \left(\frac{90}{100}\right)^{18}$, $p_2 = {}_{19}C_2 \left(\frac{10}{100}\right)^2 \left(\frac{90}{100}\right)^{17}$ であるから

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{{}_{19}C_1 \left(\frac{10}{100}\right)^1 \left(\frac{90}{100}\right)^{18}}{{}_{19}C_2 \left(\frac{10}{100}\right)^2 \left(\frac{90}{100}\right)^{17}} = \frac{19 \cdot 90}{2 \cdot 1 \cdot 100} = 1$$

よって ②

(3) 母平均を m とする。

標本の大きさは 96 名、標本平均の値は 99 点、母標準偏差の値が 20 点であるとすると、

標本平均の分布は近似的に正規分布 $N\left(m, \frac{20^2}{96}\right)$ に従う。

よって、 m に対する信頼度 95% の信頼区間は

$$99 - 1.96 \cdot \frac{20}{\sqrt{96}} \leq m \leq 99 + 1.96 \cdot \frac{20}{\sqrt{96}}$$

$$\text{すなわち } 99 - 1.96 \cdot \frac{20}{4\sqrt{6}} \leq m \leq 99 + 1.96 \cdot \frac{20}{4\sqrt{6}}$$

$$\sqrt{6} = 2.45 \text{ とするから } 95 \leq m \leq 103$$

$$\text{また、信頼区間の幅は } 103 - 95 = 8$$

ただし、単位は 点

また、母標準偏差の値が 15 点であるとき、 m に対する信頼度 95% の信頼区間の幅は

$$2 \cdot 1.96 \cdot \frac{15}{\sqrt{96}} = 2 \cdot 1.96 \cdot \frac{15}{4 \cdot 2.45} = 6$$

ただし、単位は 点

6
解答 (アイ) $\frac{-5}{2}$ (エ) 4 (オ) 2 (カ) 2 (キ) 3 (ク) 2 (ケ) 1
(コ) 7 (サ) 4 (シ) 2 (スセソ) -34 (タ) 1 (チ) 3
(ツテ) 20 (ト) 6 (ナニ) -2 (ヌネノ) 428
解説 (1) $b_1 = \frac{a_1}{1 \cdot 2} = \frac{-5}{2}$

$na_{n+1} = (n+2)a_n + 4(n+1)$ の両辺を $n(n+1)(n+2) (>0)$ で割ると

$$\frac{a_{n+1}}{(n+1)(n+2)} = \frac{a_n}{n(n+1)} + \frac{4}{n(n+2)}$$

$$\text{すなわち } b_{n+1} = b_n + \frac{4}{n(n+2)}$$

$$\text{よって } b_{n+1} - b_n = \frac{4}{n(n+2)}$$

$$\text{ここで、すべての自然数 } k \text{ に対して } \frac{4}{k(k+2)} = 2 \cdot \frac{2}{k(k+2)} = 2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right)$$

ゆえに、2 以上の自然数 n に対して

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{n-1} \frac{4}{k(k+2)} \\ &= \sum_{k=1}^{n-1} 2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+2} \right) \\ &= 2 \left\{ \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \dots + \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} \right) + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) \right\} \\ &= 2 \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{3n^2 - n - 2}{n(n+1)} \end{aligned}$$

$$n \geq 2 \text{ のとき } b_n = b_1 + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{4}{k(k+2)} = -\frac{5}{2} + \frac{3n^2 - n - 2}{n(n+1)} = \frac{n^2 - 7n - 4}{2n(n+1)} \dots (*)$$

$b_1 = -\frac{5}{2}$ であるから、(*) は $n=1$ のときも成り立つ。

$$\text{よって } a_n = n(n+1)b_n = n(n+1) \cdot \frac{n^2 - 7n - 4}{2n(n+1)} = \frac{n^2 - 7n - 4}{2}$$

$$(2) (1) \text{ から } S_n = n(2a_n - 24) = n \left(2 \cdot \frac{n^2 - 7n - 4}{2} - 24 \right) = n^3 - 7n^2 - 28n$$

$$c_1 = S_1 \text{ であるから } c_1 = 1^3 - 7 \cdot 1^2 - 28 \cdot 1 = -34$$

また、 $n \geq 2$ のとき

$$\begin{aligned} c_n &= S_n - S_{n-1} = (n^3 - 7n^2 - 28n) - \{(n-1)^3 - 7(n-1)^2 - 28(n-1)\} \\ &= n^3 - (n-1)^3 - 7\{n^2 - (n-1)^2\} - 28\{n - (n-1)\} \\ &= \{n - (n-1)\} \{n^2 + n(n-1) + (n-1)^2\} - 7\{n + (n-1)\} - 28 \\ &= 3n^2 - 3n + 1 - 7(2n-1) - 28 \\ &= 3n^2 - 17n - 20 = (n+1)(3n-20) \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$c_1 = -34$ であるから、① は $n=1$ のときも成り立つ。

①において、 $n \geq 1$ のとき $n+1 > 0$ であるから、 $3n-20 < 0$ すなわち $n < \frac{20}{3}$ より、

$1 \leq n \leq 6$ のとき $c_n < 0$ であり、 $n > 6$ のとき $c_n > 0$ である。

$$\begin{aligned} \text{よって } \sum_{n=1}^{10} |c_n| &= \sum_{n=1}^6 (-c_n) + \sum_{n=7}^{10} c_n = -2 \sum_{n=1}^6 c_n + \sum_{n=1}^{10} c_n \\ &= -2S_6 + S_{10} = -2 \cdot (6^3 - 7 \cdot 6^2 - 28 \cdot 6) + (10^3 - 7 \cdot 10^2 - 28 \cdot 10) \\ &= 408 + 20 = 428 \end{aligned}$$

16

7

解答 (アイウ) 135 (エ) 5 (オ) ④ (カ) ② (キ) ⑧ (ク) ⑤ (ケ) ① (コ) ① (サ) ③ (シ) $\sqrt{2}-1$ (ス) $\sqrt{2}-1$ (セ) $-\sqrt{2}$ (タ) $3-2\sqrt{2}$

解説

(1) 正八角形の1つの外角は $360^\circ \div 8 = 45^\circ$

よって、正八角形の1つの内角は $180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$

線分 P_1P_5 は正八角形の外接円の中心を通るから、弧 P_1P_5 に対する円周角は直角である。

すなわち $\angle P_1P_0P_5 = 90^\circ$

(2) 右下の図のように、 P_0P_3 と P_1P_6 、 P_2P_5 のそれぞれの交点を I 、 J とする。

$\triangle P_0P_1I$ は直角二等辺三角形であるから

$$P_0I = P_1I = \frac{1}{\sqrt{2}} P_0P_1$$

$$P_0P_1 = P_0P_7 \text{ であるから } P_1I = \frac{1}{\sqrt{2}} P_0P_7$$

$$P_0P_7 \parallel P_1I \text{ であるから } \overrightarrow{P_1I} = \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{b}$$

$$\text{よって } \overrightarrow{P_0I} = \overrightarrow{P_0P_1} + \overrightarrow{P_1I} = \vec{a} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{b}$$

$$P_0P_1 = P_1P_2 \text{ であるから } P_1P_2 = \sqrt{2} P_0I$$

$$P_1P_2 \parallel P_0I \text{ であるから } \overrightarrow{P_1P_2} = \sqrt{2} \overrightarrow{P_0I} = \sqrt{2} (\vec{a} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{b})$$

$$\text{よって } \overrightarrow{P_0P_2} = \overrightarrow{P_0P_1} + \overrightarrow{P_1P_2} = \vec{a} + (\sqrt{2} \vec{a} + \vec{b}) = (1 + \sqrt{2}) \vec{a} + \vec{b} \quad (*) \text{ ④}$$

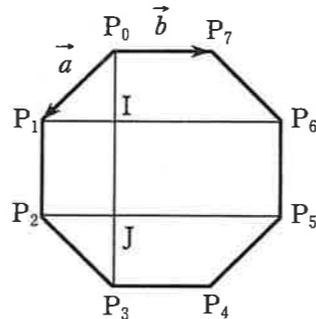
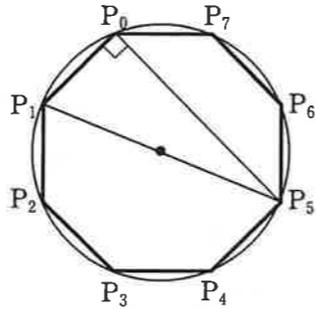
$$P_3J = P_0I \text{ であるから } \overrightarrow{JP_3} = \overrightarrow{P_0I}$$

$$\begin{aligned} \text{よって } \overrightarrow{P_0P_3} &= \overrightarrow{P_0I} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JP_3} = 2\overrightarrow{P_0I} + \overrightarrow{P_1P_2} = 2(\vec{a} + \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{b}) + (\sqrt{2} \vec{a} + \vec{b}) \\ &= (2 + \sqrt{2}) \vec{a} + (1 + \sqrt{2}) \vec{b} \quad (**) \text{ ②} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_0P_7 \parallel P_3P_4 \text{ であるから } \overrightarrow{P_0P_4} &= \overrightarrow{P_0P_3} + \overrightarrow{P_3P_4} = (2 + \sqrt{2}) \vec{a} + (1 + \sqrt{2}) \vec{b} + \vec{b} \\ &= (2 + \sqrt{2}) (\vec{a} + \vec{b}) \quad (***) \text{ ⑧} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_0P_1 \parallel P_4P_5 \text{ であるから } \overrightarrow{P_0P_5} &= \overrightarrow{P_0P_4} + \overrightarrow{P_4P_5} = (2 + \sqrt{2}) (\vec{a} + \vec{b}) - \vec{a} \\ &= (1 + \sqrt{2}) \vec{a} + (2 + \sqrt{2}) \vec{b} \quad (****) \text{ ⑤} \end{aligned}$$

$$P_1P_2 \parallel P_5P_6 \text{ であるから } \overrightarrow{P_0P_6} = \overrightarrow{P_0P_5} + \overrightarrow{P_5P_6} = \overrightarrow{P_0P_5} - \overrightarrow{P_1P_2}$$



$$\begin{aligned} &= (1 + \sqrt{2}) \vec{a} + (2 + \sqrt{2}) \vec{b} - (\sqrt{2} \vec{a} + \vec{b}) \\ &= \vec{a} + (1 + \sqrt{2}) \vec{b} \quad (****) \text{ ①} \end{aligned}$$

(3) $P_0P_7 \parallel P_1Q_6$, $P_0P_1 \parallel P_7Q_6$ であるから、四角形

$P_0P_1Q_6P_7$ は平行四辺形である。

P_0Q_6 はその対角線であるから

$$\overrightarrow{P_0Q_6} = \overrightarrow{P_0P_1} + \overrightarrow{P_0P_7} = \vec{a} + \vec{b} \quad (****) \text{ ⑩}$$

$P_0P_1 \parallel Q_7P_2$, $P_0Q_7 \parallel P_1P_2$ であるから、四角形 $P_0P_1P_2Q_7$ は平行四辺形である。

すなわち $P_0Q_7 = P_1P_2$

$$\text{よって } \overrightarrow{P_0Q_7} = \overrightarrow{P_1P_2} = \sqrt{2} \vec{a} + \vec{b} \quad (****) \text{ ③}$$

$$\begin{aligned} (4) \overrightarrow{Q_6Q_7} &= \overrightarrow{P_0Q_7} - \overrightarrow{P_0Q_6} = (\sqrt{2} \vec{a} + \vec{b}) - (\vec{a} + \vec{b}) \\ &= (\sqrt{2} - 1) \vec{a} \end{aligned}$$

正八角形 $Q_0Q_1Q_2Q_3Q_4Q_5Q_6Q_7$ と正八角形

$P_0P_1P_2P_3P_4P_5P_6P_7$ は相似であり、その相似比は

$$(\sqrt{2} - 1) : 1$$

したがって、前者の面積は後者の面積の

$(\sqrt{2} - 1)^2 = (3 - 2\sqrt{2})$ 倍である。

