

1

$k$  を定数とし、 $c$  を正の定数とする。方程式  $x^3 - kx^2 + kcx + c^2 = 0$  …… ① を考える。

方程式 ① が  $x = -1$  を解にもつとする。このとき  $k = \boxed{\text{ア}} - \boxed{\text{イ}}$  であり、① の左

辺は  $x^3 - kx^2 + kcx + c^2 = (x+1)(x^2 - \boxed{\text{ウ}}x + \boxed{\text{エ}}^{\text{オ}})$  と因数分解される。

したがって、① の  $-1$  以外の解で、虚部 (虚数単位  $i$  の係数) が正のものを  $\alpha$  とすると

$$\alpha = \boxed{\text{カ}} \left( \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}} + \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}} i \right) \text{ となる。}$$

複素数平面において、原点を  $O$  とし、 $\alpha$ 、 $-1$  を表す点をそれぞれ  $A$ 、 $B$  とする。三角

形  $OAB$  が二等辺三角形となるのは  $c = \boxed{\text{サ}}$  のときである。このとき、 $\alpha + 1$  を極形

式で表すと  $\alpha + 1 = \sqrt{\boxed{\text{シ}}} (\cos \boxed{\text{スセ}}^\circ + i \sin \boxed{\text{スセ}}^\circ)$  であり  $(\alpha + 1)^6 = \boxed{\text{ソタチ}}$

である。

2

平面上に長さ 2 の線分  $AB$  を直径とする円  $C$  がある。2 点  $A$ 、 $B$  を除く  $C$  上の点  $P$  に対し、 $AP = AQ$  となるように線分  $AB$  上の点  $Q$  をとる。また、直線  $PQ$  と円  $C$  の交点のうち、 $P$  でない方を  $R$  とする。

(1)  $\triangle AQR$  の面積を  $\theta = \angle PAB$  を用いて表せ。

(2) 点  $P$  を動かして  $\triangle AQR$  の面積が最大になるとき、 $\overrightarrow{AR}$  を  $\overrightarrow{AB}$  と  $\overrightarrow{AP}$  を用いて表せ。

3

$l$  を座標平面上の原点を通り傾きが正の直線とする。更に、以下の3条件 (i), (ii), (iii) で定まる円  $C_1$ ,  $C_2$  を考える。

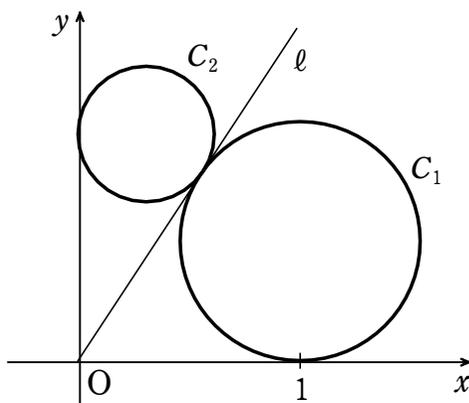
(i) 円  $C_1$ ,  $C_2$  は2つの不等式  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$  で定まる領域に含まれる。

(ii) 円  $C_1$ ,  $C_2$  は直線  $l$  と同一点で接する。

(iii) 円  $C_1$  は  $x$  軸と点  $(1, 0)$  で接し、円  $C_2$  は  $y$  軸と接する。

円  $C_1$  の半径を  $r_1$ , 円  $C_2$  の半径を  $r_2$  とする。

$8r_1 + 9r_2$  が最小となるような直線  $l$  の方程式と、その最小値を求めよ。



4

直線  $y = px + q$  が、 $y = x^2 - x$  のグラフとは交わるが、 $y = |x| + |x - 1| + 1$  のグラフとは交わらないような  $(p, q)$  の範囲を図示し、その面積を求めよ。